

AMSLER

**Integratoren und
Zusatzgeräte**

Anleitung und Garantie

Alfred J. Amsler & Co. Schaffhausen / Schweiz

Inhalt

=====

	Seite
- Genaue Arbeit mit Integriergeräten	2
- Aufstellung	3
- Ablesung der Zählwerke und Umfahrung	6
- Bestimmung von Flächen und Momenten	8
- Praktische Bedeutung der Momente	12
- Bestimmung von Integralen der Form $\int f(y).dx$	17
- Wurzelzusatz Typ 2002.10 für gebrochene Potenzen	21
- Spezialfahrlupe Typ 2002.11 für Linienintegrale	23
- Pantographenzusatz Typ 803 für kleine Figuren	25
- Korrelatorzusatz Typ 2006 für Korrelationen und Harmonische Analysen	27
- Garantie	35

Genauere Arbeit mit Integriergeräten

=====

Die einem Integriergerät innewohnende Genauigkeit kann nur bei sachgemässer Behandlung voll ausgenutzt werden. Man halte sich daher nach Möglichkeit an die folgenden Leitsätze:

- Es sollte stets auf Papier mit einer Oberfläche mittlerer Rauigkeit gearbeitet werden. Das Abrollen der Integrierrolle auf Metall, Stein oder Kunststoff ist unter allen Umständen zu vermeiden, da dabei nur schlechte Genauigkeiten erzielt werden und eine starke Abnützung des Spezialschliffes der Rolle erfolgt. Auch ein Ueberfahren von Papierrändern mit der Integrierrolle sollte tunlichst vermieden werden.
- Man vermeide die Berührung des Spezialschliffes der Integrierrollen mit den Fingern. Fettige Rollen ergeben eine Verschlechterung der Genauigkeit.
- Die Fahrarmlänge wähle man stets so kurz als möglich. Man erhält damit eine erhöhte Arbeitsgenauigkeit (dank den grösseren Winkelausschlägen des Fahrarms) und eine bessere Ablesegenauigkeit (dank der grösseren Umdrehungszahl des Zählwerks). Dies gilt insbesondere für die höheren Momente. Man vergesse nicht, dass die Fläche bei affiner Halbierung der Höhe einer Figur nur auf die Hälfte, das statische Moment aber auf ein Viertel, das Trägheitsmoment auf ein Achtel und das Moment vierter Ordnung gar auf ein Sechzehntel vermindert wird.
- Von Zeit zu Zeit prüfe man die Genauigkeit des Gerätes durch Kontrollmessungen an genau aufgezeichneten Figuren gemäss den Angaben der Garantie (siehe Seite 35).
- Bei feuchtigkeitsempfindlichem Papier berücksichtige man dessen Deformationen durch eine Kontrollmessung. Für hohe Ansprüche benütze man Papier mit eingeklebter Metallfolie.
- Eine gute Genauigkeit kann nur erreicht werden, wenn der verwendete Arbeitstisch in Längs- und Querrichtung genau eben ist.
- Jede Umfahrung sollte zweimal ausgeführt und das Mittel der Resultate gebildet werden. Weichen die beiden Resultate stark voneinander ab, so deutet dies auf ungenügende Sorgfalt. Eine Wiederholung ist in diesem Fall unerlässlich.

Aufstellung

=====

Vor dem Herausnehmen des Integrators aus dem Etui sind folgende Kontrollen durchzuführen (siehe Fig. 1).

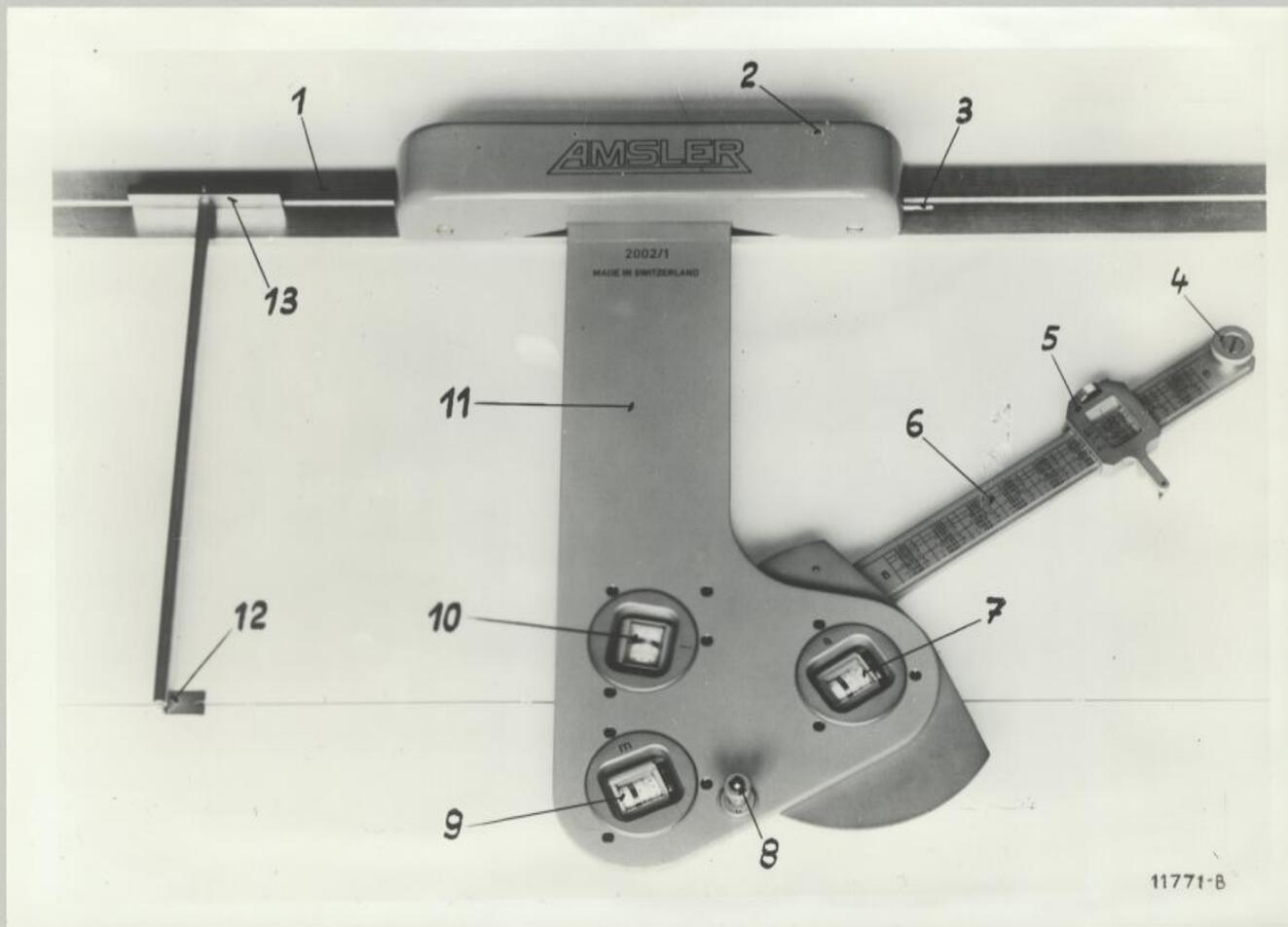


Fig. 1

- Der Fahrarm 6 muss mit seinem Schlitz auf dem Stift 3 am Wagen 2 festsitzen.
- Der Stellgriff 8 muss mit seinem Finger in der Nut seines Halters ruhen, so dass die daran befestigte Stützrolle möglichst weit vorsteht.

Die eigentliche Aufstellung erfordert folgende Operationen:

- Das Lineal 1 wird so auf den Arbeitstisch gelegt, dass die zu messende Figur zwischen das Lineal und den Beobachter zu liegen kommt. Zeigt das Lineal eine Tendenz zum Ver-rutschen, so ist es mit Gewichten zu beschweren.
- Der Integrator wird am Ausleger 11 gefasst und so auf das Lineal gesetzt, dass die Rollen des Wagens 2 in der Nut des Lineals laufen.

Will man den Fahrstift gegen eine Fahrlupe austauschen bzw. - mit Ausnahme des Typs 2001 - vom metrischen auf das britische Masssystem übergehen oder umgekehrt, so ist dies wie folgt zu bewerkstelligen:

- Lösen der Schraube am Führungsgriff 4. Der Führungsgriff lässt sich darauf in seine Bestandteile zerlegen.
- Abziehen des Reiters 5 bzw. der Zahlentabelle vom Fahr-arm 6 und Ersatz des Reiters bzw. Umkehren der Zahlen-tabelle (diese letztere ist für das metrische System mit einem "M", für das britische mit einem "B" bezeichnet). Es ist zu beachten, dass die Nut der Tabelle einwandfrei in den dazugehörigen Stift eingreift.
- Zusammensetzen des Führungsgriffes.

Das Einrichten des Lineals gegenüber der zu messenden Zeich-nung geschieht folgendermassen:

- Die beiden Distanzlehren sind an den beiden Enden der zu messenden Figur mit ihren Führungsstücken 13 in die Nut des Lineals einzusetzen.
- Das Lineal ist zu verschieben, bis die Visiernut des Indexplättchens 12 auf die Nulllinie der Figur zeigt. Es ist dies die Gerade, in Bezug auf welche die Momente ge-messen werden sollen.
- Die Distanzlehren können nun entfernt werden.

Vor der Umfahrung ist noch die Wahl der Fahrarmlänge vorzu-nehmen:

- Lösen der Schraube am Reiter 5.
- Der Reiter 5 mit dem Fahrstift oder der Fahrlupe ist mit seinem Index auf denjenigen Strich der Fahrarmteilung zu

stellen, der bei grösstmöglichem Ausschlag des Fahrarmes gerade noch eine Umfahrung der Figur gestattet. Man wählt also stets die kürzeste mögliche Fahrarmlänge. Man scheue sich nicht, bei der Messung verschieden hoher Figuren auf gemeinsamer Nulllinie eine Verstellung der Fahrarmlänge in Kauf zu nehmen. Die geringe Mehrarbeit wird durch bessere Genauigkeit kompensiert.

- Anziehen der Schraube am Reiter.

Erst jetzt wird der Integrator zur Umfahrung bereit gemacht, indem man den Ausleger 11 gegen die Federkraft herunterdrückt und den Stellgriff 8 so dreht, dass die Feder zusammengedrückt bleibt. Auf diese Weise kommen die Integrierrollen erst unmittelbar vor der Umfahrung mit der Unterlage in Kontakt und werden maximal geschont.

Vor dem Versorgen des Gerätes im Etui sind folgende Operationen durchzuführen:

- Der Fahrarm 6 wird mit seinem Schlitz auf den Stift 3 aufgesteckt.
- Der Stellgriff 8 wird gedreht, bis die Feder den Ausleger 11 anhebt (Finger des Stellgriffs in der Nut seines Halters) und damit die Rollen vor Beschädigung schützt.

Ablesung der Zählwerke und Umfahrung

Jede Ablesung ergibt eine fünfstellige Zahl. Die Trommel links liefert die Zehntausender und die Tausender, die mittlere Trommel die Hunderter und Zehner und der Nonius die Einer.

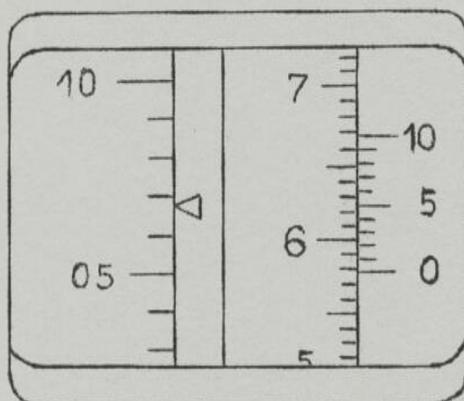


Fig. 2

Die Ablesung in Fig. 2 ergibt beispielsweise 06579.

Am Nonius liest man denjenigen Teilstrich ab, der einem Teilstrich der Trommel genau oder doch am nächsten gegenübersteht. In der Abbildung ist das der neunte Teilstrich des Nonius. Steht der Nullstrich der Trommel dem Nullstrich des Nonius gegenüber, so sollte eigentlich einer der Teilstriche der Trommel links mit dem festen Index übereinstimmen. Genau trifft das meistens infolge des toten Spiels im Antrieb nicht zu. Man verfährt hier wie beim Ablesen der Zeit auf einer Uhr, wenn der Minutenzeiger zwar auf 12 Uhr steht, der Stundenzeiger aber nicht genau auf die volle Stunde zeigt.

Das Resultat einer Messung ergibt sich durch Subtraktion der Zählwerksablesung vor der Umfahrung von derjenigen nach der Umfahrung. Die auf der Tabelle des Fahrarms angegebenen Vorzeichen gelten bei Umfahrung im Uhrzeigersinn.

Gelegentlich kann die Tausendertrommel während der Umfahrung über Null gehen, was leicht durch eine rohe Versuchsumfahrung festgestellt werden kann. In solchen Fällen ist zur zweiten Ablesung ebenso oft 50'000 zu addieren, als Nulldurchgänge vorliegen. Dabei ist das Vorzeichen sinngemäss zu berücksichtigen.

Die Umfahrung einer Figur geschieht normalerweise wie folgt:

- Markierung des Anfangspunktes der Umfahrung,
- Einstellung des Fahrstiftes oder der Fahrlupe auf den Anfangspunkt,
- Ablesung der Zählwerke und Notieren der abgelesenen Zahlen,
- Sorgfältige Umfahrung der Figur bis zurück zum Anfangspunkt,
- Ablesung der Zählwerke und Bildung der Ablesedifferenzen.

Bestimmung von Flächen und Momenten

=====

Bei richtiger Einstellung des Reiters 5 (Fig. 1) erscheinen in seinem Fenster verschiedene Formeln. Die verwendeten Symbole sind wie folgt definiert, wobei ein kartesisches Koordinatensystem xy angenommen wird, dessen Abszissenachse mit der Nulllinie zusammenfällt.

$$\begin{aligned} A &= \text{Fläche (in cm}^2 \text{ bzw. sq.ins.)} &&= \int y \cdot dx \\ M &= \text{Statisches Moment (in cm}^3 \text{ bzw. cu.ins.)} &&= \frac{1}{2} \int y^2 \cdot dx \\ a &= \text{Ableседifferenz an dem mit "a" bezeichneten Zählwerk} \\ m &= \text{Ableседifferenz an dem mit "m" bezeichneten Zählwerk.} \end{aligned}$$

Diese Grössen sind bei allen 3 Typen vorhanden. Die Typen 2002 und 2003 können darüber hinaus noch folgende Grössen messen:

$$\begin{aligned} J &= \text{Trägheitsmoment (in cm}^4 \text{ bzw. ins.}^4 \text{)} &&= \frac{1}{3} \int y^3 \cdot dx \\ P &= \text{Moment vierter Ordnung (in cm}^5 \text{ bzw. ins.}^5 \text{)} &&= \frac{1}{4} \int y^4 \cdot dx \\ i &= \text{Ableседifferenz an dem mit "i" bezeichneten Zählwerk.} \end{aligned}$$

Die Ableседifferenzen können in die Formeln für das metrische System direkt eingesetzt werden. Für das britische System sind sie durch einen Faktor 1000 zu dividieren.

Die Anwendung der Formeln wird am besten anhand eines Beispiels erklärt: Angenommen, eine Figur wurde mit der zweitkürzesten Fahrarmlänge vermessen und es soll ihr Trägheitsmoment bestimmt werden. Im Fenster des Reiters erscheint für das metrische System die Formel

$$J = 0.819 \cdot a + 0.273 \cdot i.$$

Die Ableседifferenzen der beiden interessierenden Zählwerke seien:

$$\begin{aligned} a &= 8742 \\ i &= 2350. \end{aligned}$$

Somit ist das Trägheitsmoment

$$J = 0.819 \cdot 8742 + 0.273 \cdot 2350 = 7801 \text{ cm}^4.$$

Wird die gleiche Figur bei gleicher Fahrarmeinstellung im britischen System vermessen, so erscheint im Fenster die Formel

$$J = 19,681 \cdot a + 6,559 \cdot i.$$

Damit ergibt sich

$$J = 19,681 \cdot 8,742 + 6,559 \cdot 2,350 = 187,46 \text{ ins.}^4.$$

Wie man sich leicht überzeugen kann, verhält sich das Resultat im britischen System zu demjenigen im metrischen System wie 1 : 41,623, was dem Verhältnis von ins.^4 zu cm^4 ($2,54^4 = 41,623$) entspricht.

In der beschriebenen Weise können die Fläche, das statische Moment und das Trägheitsmoment unmittelbar bestimmt werden. Bei der Bestimmung des Momentes vierter Ordnung muss berücksichtigt werden, dass es sich angesichts der Verwendung eines Dreirollenintegrators um eine Näherungslösung handelt. Die Formeln sind dabei derart aufgestellt, dass ein Optimum an Genauigkeit im Bereich zwischen einer Hälfte und dem vollen Wert des Ausschlages für den Fahrarm erreicht wird. Will man daher gute Genauigkeiten erzielen, so halte man sich an folgende Regeln:

- Befindet sich der grösste Teil der zu umfahrenden Figur bzw. der grösste Teil der zu integrierenden Kurve im Bereich zwischen der grössten mit der betreffenden Fahrarmlänge erreichbaren Amplitude y_{\max} und ihrer Hälfte $\frac{y_{\max}}{2}$ (siehe Fig. 3) so kann die Umfahrung unbedenklich in einem Zug erfolgen und in gleicher Weise ausgewertet werden wie im Falle einer Fläche, eines statischen Momentes oder eines Trägheitsmomentes.

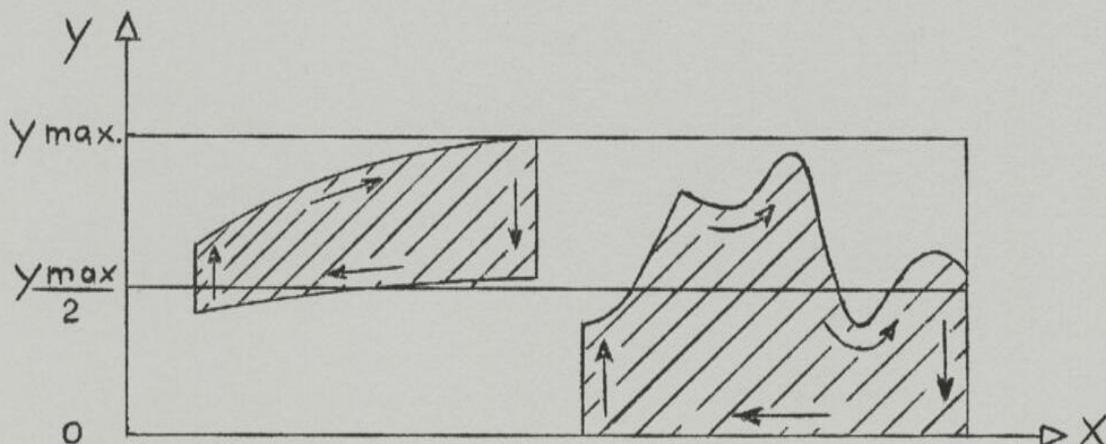


Fig. 3

- Befinden sich dagegen nennenswerte Teile der Figur bzw. der Kurve unterhalb der Grenze von $\frac{y_{\max}}{2}$ (siehe Fig. 4), so ist die Umfahrung in zwei Etappen auszuführen, wobei die über $\frac{y_{\max}}{2}$ liegenden Teile getrennt von den darunter liegenden zu umfahren sind. Dabei verwende man für die unterhalb $\frac{y_{\max}}{2}$ liegenden Teile eine entsprechend kürzere Fahrarmlänge.

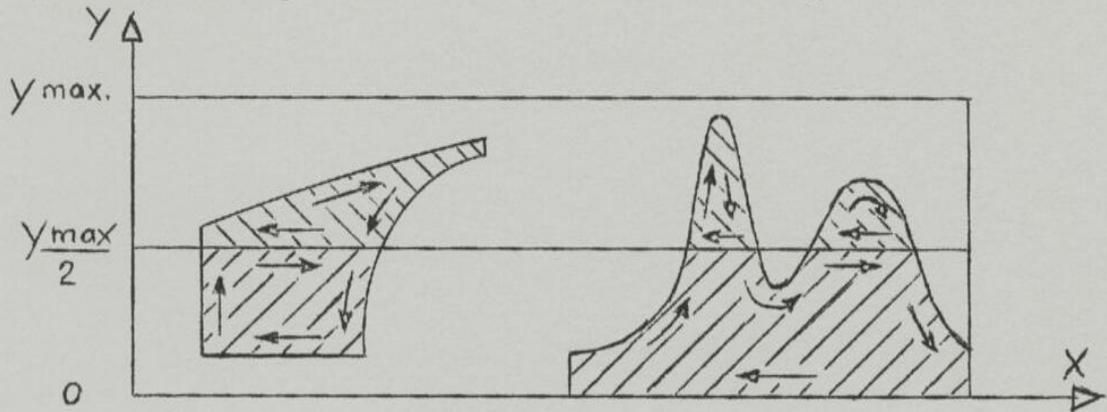


Fig. 4

- Liegt die Figur oder die Kurve auf beiden Seiten der Nulllinie (was angesichts der physikalischen Bedeutung des Momentes vierter Ordnung allerdings nur in Ausnahmefällen vorkommt), so ist die Umfahrung unter Berücksichtigung der

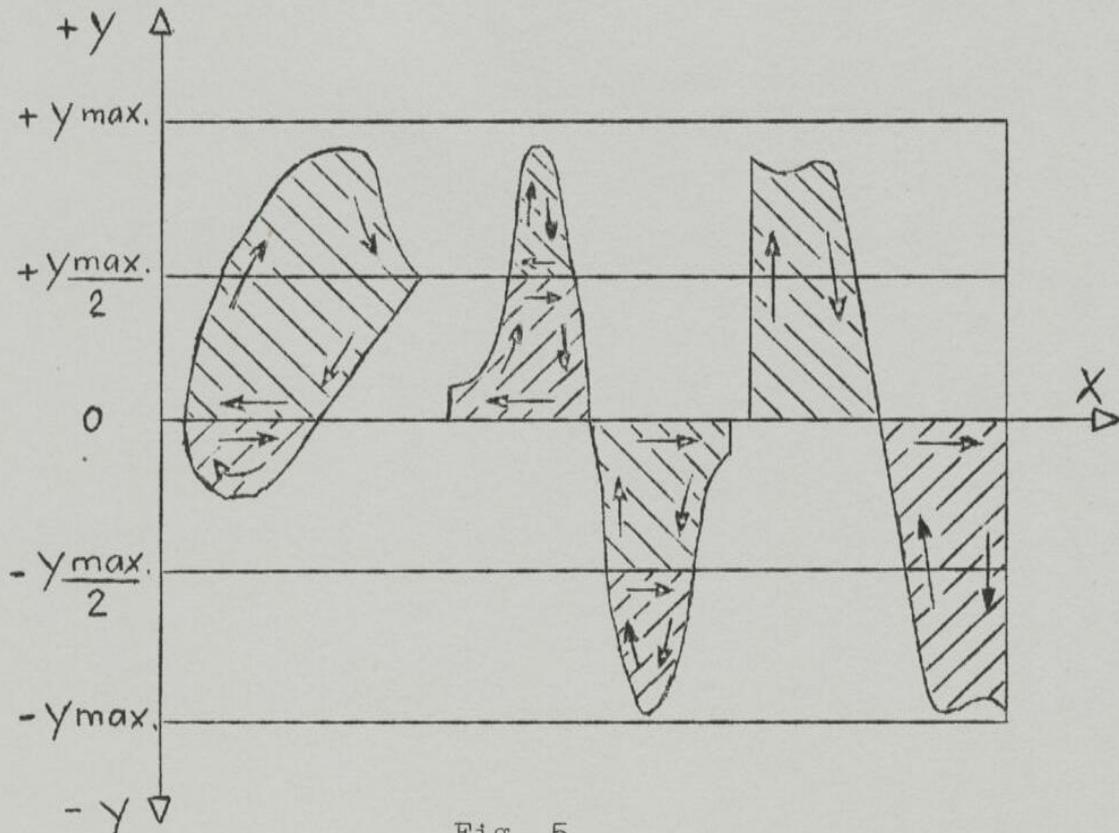


Fig. 5

oben angeführten Bemerkungen in zwei bis vier Etappen auszuführen, wobei auf alle Fälle die über und unter der Nulllinie liegenden Abschnitte unabhängig voneinander zu umfahren sind (siehe Fig. 5), da sonst völlig sinnlose Resultate erhalten würden.

In allen Fällen, wo die Umfahrung in mehreren Etappen durchgeführt wird, ergibt sich das gesuchte Integral als Summe der Teilintegrale für die einzelnen Abschnitte, deren jedes mit den zur betreffenden Fahrarmlänge gehörenden Formeln berechnet wird.

Ist eine Figur nicht in Naturgrösse sondern im Masstab 1 : n aufgezeichnet, so sind die erhaltenen Resultate mit folgenden Faktoren zu multiplizieren:

- Die Flächen mit n^2 .
- Die statischen Momente mit n^3 .
- Die Trägheitsmomente mit n^4 .
- Die Momente vierter Ordnung mit n^5 .

Bei vergrösserten Darstellungen ist durch die entsprechenden Faktoren zu dividieren.

Praktische Bedeutung der Momente

Das statische Moment dient in erster Linie zur Bestimmung des Schwerpunktes einer ebenen Fläche, die mit der Schwerpunktsbestimmung an einem prismatischen Körper mit gleichem Umriss identisch ist. Der Abstand e zwischen der Nulllinie des Instrumentes und der dazu parallelen Geraden g_x (Schwerlinie) durch den Schwerpunkt G (siehe Fig. 6) ergibt sich aus der Beziehung

$$e = \frac{M}{A},$$

wobei ein positives Moment die Lage des Schwerpunktes über der Nulllinie, ein negatives die Lage unter der Nulllinie charakterisiert. Zur Bestimmung des Schwerpunktes G müssen zwei Schwerlinien ermittelt werden. Das statische Moment ist also zweimal zu bestimmen, einmal in Bezug auf die x -Achse und einmal (durch Drehung der Figur um 90°) um die y -Achse. Der Schwerpunkt ist der Schnittpunkt der beiden Schwerlinien g_x und g_y .

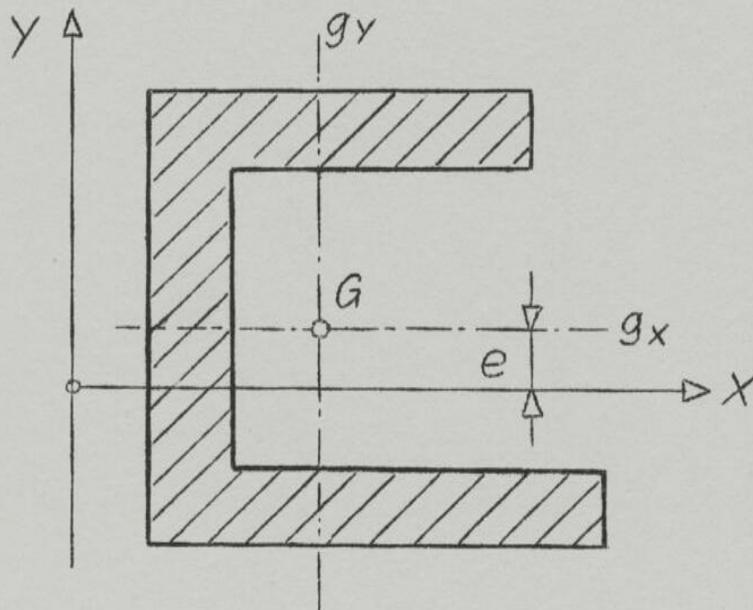


Fig. 6

Es ist ohne weiteres möglich, ohne erneute Umfahrung das statische Moment und das Trägheitsmoment um die Schwerlinie g_x aus den für die Nulllinie ermittelten Werten zu bestimmen: Das statische Moment gegenüber einer Schwerlinie verschwindet nämlich und das Trägheitsmoment J_g kann aus dem Trägheits-

moment J_o um die Nulllinie nach der Beziehung

$$J_g = J_o - e^2 \cdot A$$

ermittelt werden. Im allgemeinen wird man aber gut tun, eine Kontrollumfahrung durchzuführen, bei der man die gefundene Schwerlinie mit der Nulllinie des Instrumentes zusammenfallen lässt.

Das statische Moment kann ferner zur Bestimmung des Volumens eines keilförmigen Körpers gemäss Fig. 7 herangezogen werden, sofern der Oeffnungswinkel α dieses Körpers nicht allzu gross ist. Das gesuchte Volumen V_{clin} ist definiert durch die Beziehung

$$V_{clin} = \alpha \cdot M.$$

Dabei ist M das statische Moment der Grundrissfläche des Körpers gegenüber der x-Achse.

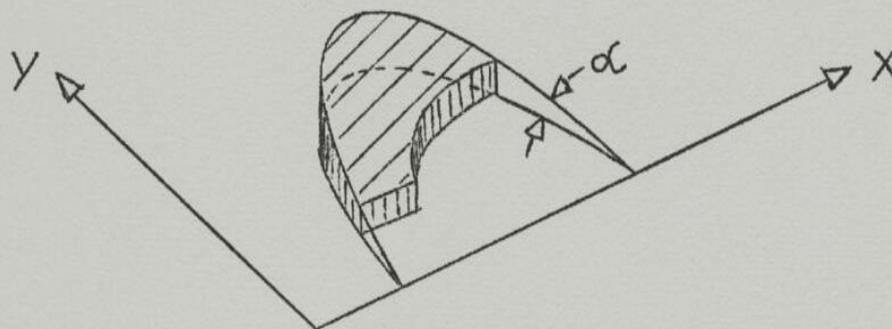


Fig. 7

In analoger Weise kann auch das Volumen eines Rotationskörpers gemäss Fig. 8 nach der Formel

$$V_{rot} = 2\pi \cdot M$$

ermittelt werden. M ist in diesem Falle das statische Moment der schraffierten Schnittfläche, bezogen auf die Rotationsachse.

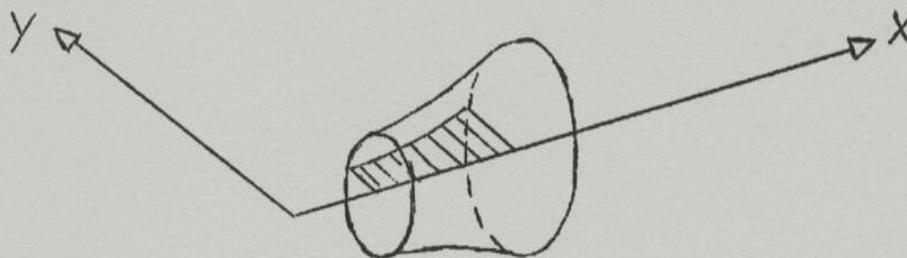


Fig. 8

Das statische Moment ist ferner verwendbar für die Bestimmung der mittleren quadratischen Abweichung einer Kurve gegenüber ihrem Mittelwert. Die mittlere quadratische Abweichung Δ ist gegeben durch die Beziehung

$$\Delta = \frac{1}{L} \cdot \int (y - \bar{y})^2 \cdot dx,$$

wobei die einzelnen Symbole folgende Bedeutung haben (siehe auch Fig. 9):

L = Länge des betrachteten Kurvenstückes

\bar{y} = Mittelwert von $y = \frac{1}{L} \cdot \int y \cdot dx$.

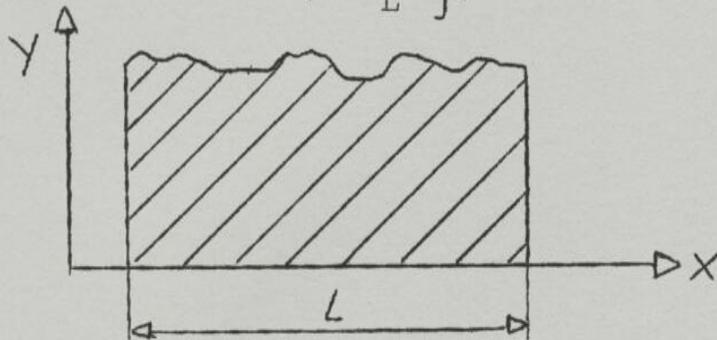


Fig. 9

Man erhält die mittlere quadratische Abweichung aus der Fläche und dem statischen Moment mit Hilfe der Beziehung

$$\Delta = \frac{2}{L} \cdot M - \frac{A^2}{L^2}.$$

Das Trägheitsmoment um eine Schwerlinie kann unmittelbar für die Festigkeitsrechnung verwendet werden, da es proportional der Biegesteifigkeit eines Trägers ist.

Im Zusammenhang mit der Festigkeitsrechnung interessieren unter anderem die Hauptträgheitsachsen einer Figur, d.h. diejenigen Achsen durch den Schwerpunkt, die das kleinste und das grösste Trägheitsmoment aufweisen. Diese Achsen können mit Hilfe der sogenannten Deviationsmomente ermittelt werden, wobei die verschiedenen erforderlichen Formeln aus Platzgründen hier nicht aufgeführt werden können. Sie sind aber in jedem Handbuch der Festigkeitslehre zu finden. Das Deviationsmoment C_{xy} in Bezug auf ein Koordinatensystem xy ist gegeben durch die Beziehung

$$C_{xy} = \iint x \cdot y \cdot dx \cdot dy.$$

Es kann ermittelt werden durch Bestimmung der Trägheitsmomente bezüglich zweier Achsen ξ und η , die mit x und y

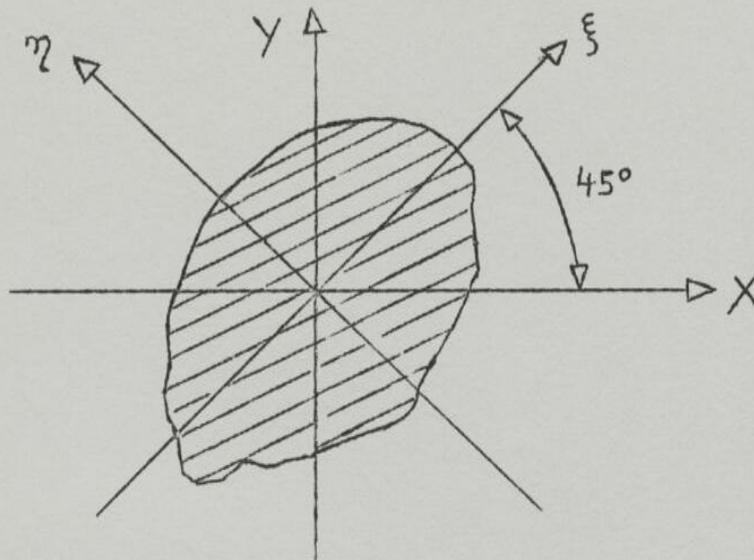


Fig. 10

einen Winkel von 45° einschliessen (siehe Fig. 10). Dabei gilt die Beziehung

$$C_{xy} = \frac{1}{2} \cdot (J_\eta - J_\xi).$$

Auch in Bezug auf die Bestimmung des polaren Trägheitsmomentes einer Fläche sei auf die Handbücher der Festigkeitslehre verwiesen.

Ferner gestattet das Trägheitsmoment die Bestimmung des statischen Momentes eines keilförmigen Körpers mit kleinem Öffnungswinkel α gemäss Fig. 7. Dieses statische Moment M_{clin} , bezogen auf die x-Achse, kann aus der Beziehung

$$M_{clin} = \alpha \cdot J$$

errechnet werden. Dabei bezieht sich J wiederum auf die x-Achse.

Sowohl die Bestimmung von Flächen als auch diejenige von Schwerpunkten, statischen Momenten und Trägheitsmomenten spielt eine bedeutende Rolle bei der Stabilitätsrechnung im Schiffbau. Arbeitet man mit vertikalen Schnitten durch den Schiffskörper (Längsschnitten oder Spantenschnitten), so entspricht die Fläche unter der Wasserlinie dem in der Umgebung des betreffenden Schnittes verdrängten Volumen, während das statische Moment die stabilisierenden Drehmomente des verdrängten Volumens zu ermitteln gestattet. Arbeitet man dagegen mit horizontalen Schnitten (nach Wasserlinien), so können die Formeln für das Volumen und das statische Moment eines keilförmigen Körpers für die gleichen Zwecke herangezogen werden.

Die wichtigste Anwendung des Momentes vierter Ordnung liegt in der Möglichkeit der Bestimmung des polaren Trägheitsmomentes eines Rotationskörpers (z.B. eines Schwungrades). Dieses Moment J_{rot} folgt der Beziehung

$$J_{rot} = 2 \cdot \pi \cdot P,$$

wobei P das Moment vierter Ordnung des Schnittes durch den Rotationskörper im Sinne von Fig. 8, bezogen auf die Rotationsachse, darstellt.

Bestimmung von Integralen der Form $\int f(y) \cdot dx$

=====

Allgemeine Integrale der im Titel dieses Abschnittes bezeichneten Form, wie sie bei der Planimetrierung von Diagrammen mit nichtlinearem Ordinatenmasstab auftreten, können vermittels der Dreirollenintegratoren (Typen 2002 und 2003) mit guten Genauigkeiten bestimmt werden, sofern die Funktion $f(y)$ mit genügender Genauigkeit durch ein Polynom der Form

$$f(y) \cong c_0 + c_1 \cdot y + c_2 \cdot y^2 + c_3 \cdot y^3$$

angenähert werden kann, wobei die Koeffizienten c_0 bis c_3 bestimmte Konstantwerte darstellen. Integriert man nämlich die einzelnen Terme der rechten Seite dieser Gleichung und berücksichtigt die Definitionen für die Fläche, das statische Moment und das Trägheitsmoment, so kann als Approximation des gewünschten Integrals die Beziehung

$$\int f(y) \cdot dx \cong c_0 \cdot L + c_1 \cdot A + 2 \cdot c_2 \cdot M + 3 \cdot c_3 \cdot J$$

herangezogen werden. L ist dabei die Länge des auszuwertenden Kurvenabschnittes (siehe Fig. 12). Am Rande sei vermerkt, dass dieses Verfahren auch für die Formeln zur Bestimmung des Momentes vierter Ordnung bei den Typen 2002 und 2003 herangezogen wurde.

Die Bestimmung einer optimalen Approximation (d.h. die Ermittlung von Optimalwerten für die Koeffizienten c_0 bis c_3) aus einer Anzahl von Stützpunkten (in denen das Polynom mit $f(y)$ übereinstimmt) führt auf die Lösung eines linearen Gleichungssystems, das im vorliegenden Fall vier Unbekannte besitzt. Um die Anwendung des Verfahrens in der Praxis möglichst einfach zu gestalten, wird in der Folge die Lösung

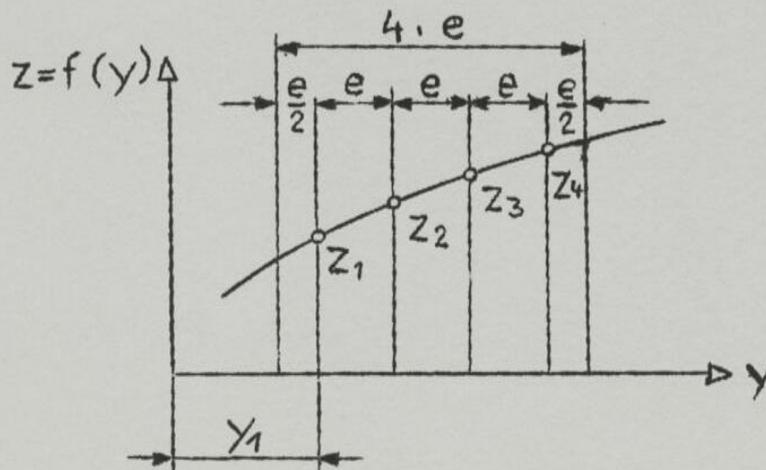


Fig. 11

eines solchen Gleichungssystems für den in Fig. 11 dargestellten Fall angegeben. Dabei sind äquidistante Stützpunkte angenommen, die bei 12,5, 37,5, 62,5 und 87,5 % des betrachteten y-Bereiches liegen. Bezeichnet man die Funktionswerte für $f(x)$ in diesen Punkten mit z_1 bis z_4 , den y-Wert des ersten Punktes mit y_1 und die Differenz zwischen den y-Werten zweier beieinanderliegender Punkte mit e , so sind die Koeffizienten durch folgende Formeln gegeben:

$$c_3 = \frac{z_4 - 3 \cdot z_3 + 3 \cdot z_2 - z_1}{6 \cdot e^3}$$

$$c_2 = -3 \cdot c_3 \cdot y_2 + \frac{z_3 - 2 \cdot z_2 + z_1}{2 \cdot e^2}$$

$$c_1 = -c_2 \cdot (y_1 + y_2) - c_3 (y_1^2 + y_2^2 + y_1 \cdot y_2) + \frac{z_2 - z_1}{e}$$

$$c_0 = -c_1 \cdot y_1 - c_2 \cdot y_1^2 - c_3 \cdot y_1^3 + z_1.$$

Normalerweise erhält man mit diesen Beziehungen zwar nicht die beste mögliche Annäherung, erspart sich dafür aber ziemlich viel Rechenarbeit. Um über die zu erwartenden Genauigkeiten Aufschluss zu erhalten, genügt es im allgemeinen, die Funktionswerte in den Endpunkten des Bereiches sowie in den Punkten auf halber Strecke zwischen den Stützpunkten mit den entsprechenden Werten des Polynoms zu vergleichen. Da die auftretenden Fehler abwechselnd positiv und negativ sind, werden die Fehler der Integration stets beträchtlich kleiner sein als die Fehler an den genannten Stellen der Funktion.

Wichtig für die Erzielung einer guten Genauigkeit ist auch hier die Ausnützung des vollen Fahrarmausschlages. Man setze

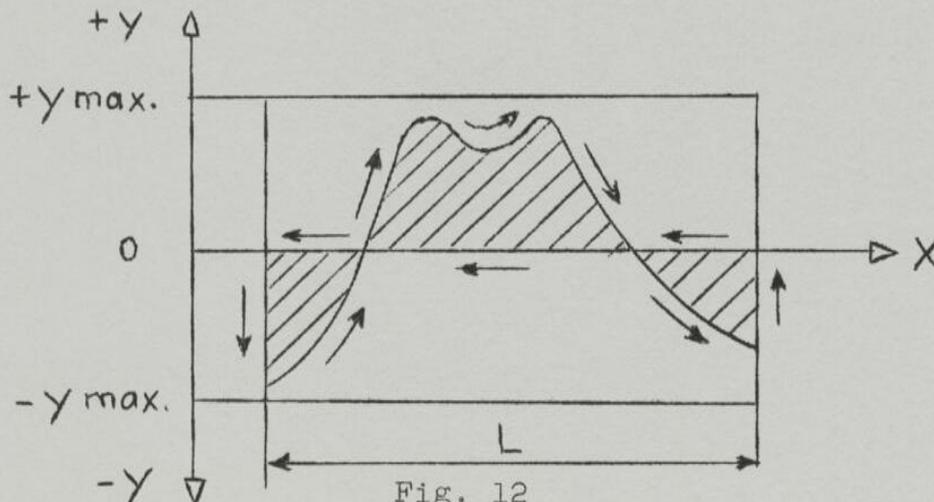


Fig. 12

daher die Nulllinie stets auf die Mitte des überstrichenen Bereiches von y und wähle die kürzeste mögliche Fahrarmlänge. Dies garantiert einen gleichmässigen und grossen Ausschlag des Fahrarmes nach oben und unten, womit die Fehler in der Bestimmung der Flächen und Momente auf ein Minimum herabgedrückt werden (siehe Fig. 12).

Erweist sich die Genauigkeit der Approximation als ungenügend, so kann der zu bearbeitende Ordinatenbereich in mehrere Abschnitte eingeteilt werden. Die Approximationsformeln werden dann für jeden dieser Bereiche einzeln ausgerechnet und die Umfahrung erfolgt (mit entsprechender Anpassung der Fahrarmlänge) in mehreren Abschnitten, wie dies für das Moment vierter Ordnung in den Figuren 4 und 5 dargestellt ist. Auch hier wird das gesuchte Integral durch Summierung der Teilintegrale für die einzelnen Abschnitte gebildet.

Als wichtiges Beispiel für die dargelegte Methode sei die Planimetrierung eines in exponentiellem Masstab dargestellten Diagrammes angeführt, wie sie vor allem bei der Auswertung von Spektrogrammen häufig vorkommt. Mathematisch betrachtet handelt es sich dabei um ein Integral der Form

$$\int f(y).dx = \int \log (k_1 + k_2.y).dx,$$

wobei die Konstanten k_1 und k_2 sich aus dem Masstab des Diagrammes und der Wahl der Nulllinie ergeben.

In einem praktischen Fall sei eine nutzbare Diagrammbreite von 20 cm gegeben, innerhalb deren der Brigg'sche Logarithmus von $k_1 + k_2.y$ von $-\infty$ bis 0 ansteigt. Die Nulllinie des Integrators werde in die Mitte der nutzbaren Breite verlegt. Ferner sei der Bereich $-\infty < f(x) < -1$ von der Betrachtung ausgeschlossen, da er praktisch nie überstrichen werden muss. Ausserdem werden die Stützpunkte etwas näher als bei weniger heiklen Funktionen an die Enden des Bereiches herangeschoben. Mit den leicht zu ermittelnden Konstanten $k_1 = 0,5$ und $k_2 = 0,05$ erhält man damit folgende Tabelle für die Stützpunkte:

y in cm	$f(y) = \log (0.5 + 0.05.y)$
-7	$z_1 = \log 0.15 = -0,82391$
-2	$z_2 = \log 0.40 = -0.39794$
+3	$z_3 = \log 0.65 = -0,18709$
+8	$z_4 = \log 0.90 = -0,04576$

Die Koeffizienten c_0 bis c_3 ergeben sich durch Einsetzen in die dazugehörige Formel wie folgt:

$$\begin{aligned}c_3 &= +1,9413 \cdot 10^{-4} \\c_2 &= -3,1376 \cdot 10^{-3} \\c_1 &= +4,3948 \cdot 10^{-2} \\c_0 &= -0,2959\end{aligned}$$

Das gesuchte Integral hat daher die Form

$$\int f(y) \cdot dx = -0.2959 \cdot L + 0.04395 \cdot A - 0.006275 \cdot M + 0.0005824 \cdot J$$

und der in vielen Fällen interessierende Mittelwert der Funktion lautet

$$\bar{f}(y) = \frac{1}{L} \cdot \int f(y) \cdot dx = -0.2959 + 0.04395 \cdot \frac{A}{L} - 0.006275 \cdot \frac{M}{L} + 0.0005824 \cdot \frac{J}{L}$$

Die Länge L und die Art und Weise der Umfahrung ist aus Figur 13 ersichtlich. Die Bestimmung der Flächen und Momente geschieht im übrigen in normaler Weise.

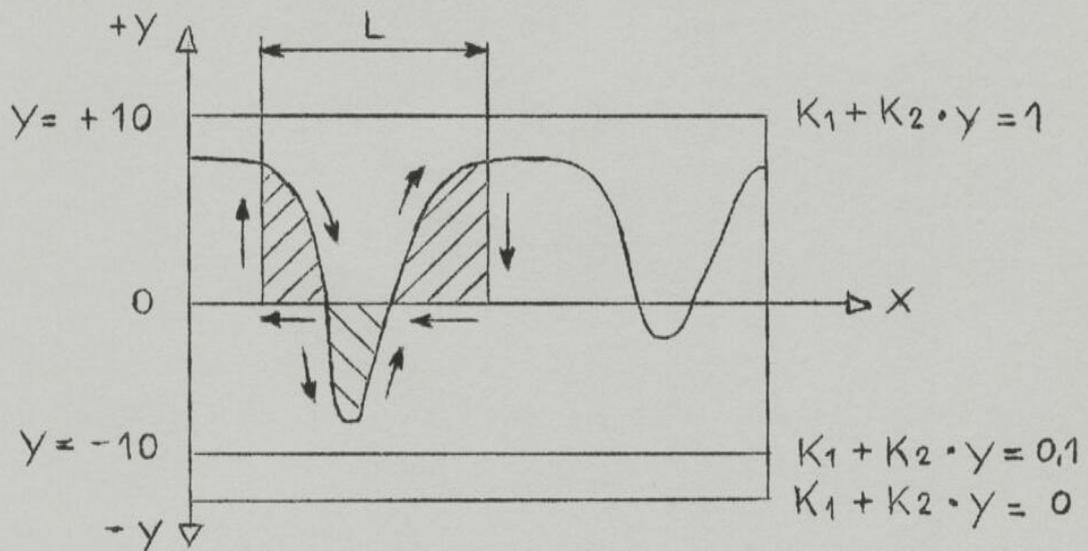


Fig. 13

Wurzelzusatz Typ 2002.10

=====

Die im vorhergehenden Abschnitt dargelegte Methode zur Planimetrierung von Diagrammen in nichtlinearen Masstäben versagt im Falle der Quadratwurzel wegen der senkrechten Tangente im Nullpunkt. Der Wurzelzusatz füllt diese Lücke aus und gestattet die exakte Auswertung von Integralen gebrochener Potenzen. In Kombination mit dem Typ 2001 kann das Wurzelintegral $\int \sqrt{y} \cdot dx$ und die Fläche, mit den Typen 2002 und 2003 darüber hinaus auch das Integral $\int y^{3/2} \cdot dx$ bestimmt werden.

Die nachträgliche Ausrüstung eines bereits gelieferten Integrators mit dem Wurzelzusatz bedingt eine individuelle Justierung, weshalb das Gerät an unser Werk eingeschickt werden muss. Die Nummer des betreffenden Integrators wird von uns auf den dazugehörigen Zusatz graviert.

Zur Montage des Zusatzes wird der Integrator in normaler Weise aus dem Etui genommen, worauf folgende Operationen auszuführen sind:

- Der Integrator wird mit der Unterseite nach oben auf einen Arbeitstisch gelegt.
- Die Passtifte am Halter des Zusatzfahrarmes werden in die dazugehörigen Löcher im Zahnrad eingesetzt, welches die mit "m" bezeichnete Rolle trägt.
- Der Zusatz wird mit Hilfe der mitgelieferten Rändelschraube am Zahnrad befestigt.

Die Aufstellung und das Einrichten erfolgt in normaler Weise. Es ist dabei zu beachten, dass der Fahrstift des Zusatzfahrarmes nicht verbogen wird. Ferner sind die mitgelieferten speziellen Distanzlehren zu verwenden, da die Nulllinie des Zusatzes gegenüber derjenigen des Integrators versetzt ist. Die Umfahrung geschieht in folgender Weise:

- Das Gerät wird wie gewohnt am Griff 4 (siehe Fig. 1) des normalen Fahrarmes geführt, wobei aber die Figur mit dem Zusatzfahrstift verfolgt wird.
- Der normale Fahrarm wird dabei mit Vorteil nach oben ausgeschlagen (an sich wäre auch ein Ausschlag nach unten mit gleichem Effekt möglich, doch wäre dann der Arbeitsbereich enger beschränkt).

Die zur Bestimmung der gesuchten Integrale erforderlichen Formeln sind dem Täfelchen zu entnehmen, welches bei Geräten mit Wurzelzusatz auf dem Ausleger des Integrators befestigt wird. Die metrischen Resultate (Bezeichnung "M") verstehen sich für $\text{cm}^{3/2}$ und $\text{cm}^{5/2}$, die britischen (Bezeichnung "B") für $\text{ins.}^{3/2}$ und $\text{ins.}^{5/2}$.

Spezialfahrlupe Typ 2002.11

=====

Die Spezialfahrlupe gestattet mit allen 3 Integratortypen die Bestimmung der Bogenlänge s sowie des statischen Momentes $\int y \cdot ds$ einer Kurve. Damit ist die Möglichkeit gegeben, diese beiden wichtigen Linienintegrale mit den Integratoren zu messen.

Die Montage der Spezialfahrlupe geschieht in gleicher Weise wie diejenige eines normalen Fahrstiftes oder einer Fahrlupe. Es ist auch eine normale Verwendung anstelle einer gewöhnlichen Fahrlupe ohne weiteres möglich.

Für die Bestimmung von Linienintegralen erfolgt lediglich die Umfahrung in abnormaler Weise (siehe Fig. 14), indem man den Verlauf der Kurve nicht mit dem Zentrum, sondern mit dem Rand des in die Lupe eingravierten Kreises verfolgt. Das Zentrum der Lupe umfährt dabei die schraffierte Fläche. Es empfiehlt sich, an den Enden des betrachteten Kurvenbogens zwei senkrecht zur Kurve stehende gerade Linien zu ziehen, um den Abschluss einwandfrei umfahren zu können.

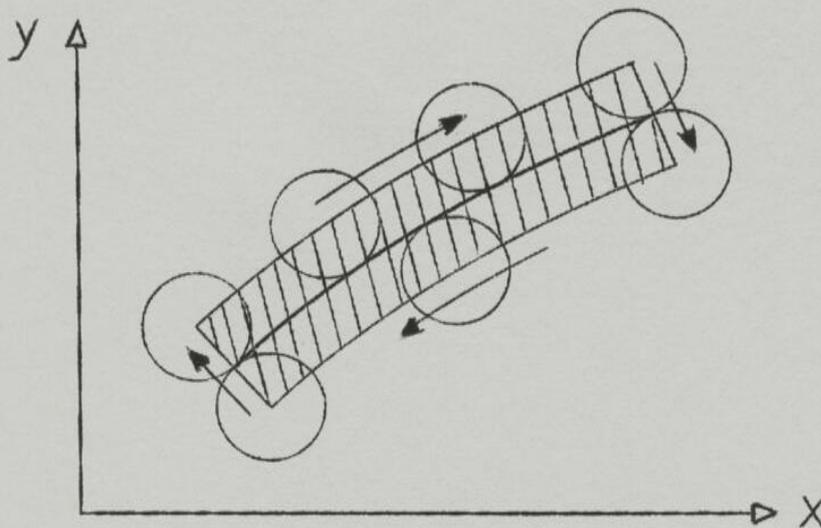


Fig. 14

Die Kurve sollte nach Möglichkeit so aufgezeichnet sein, dass keine Radien auftreten, die kleiner als derjenige des Fahrkreises sind. Immerhin können auch solche Bogen in der in Figur 15 dargestellten Weise umfahren werden.

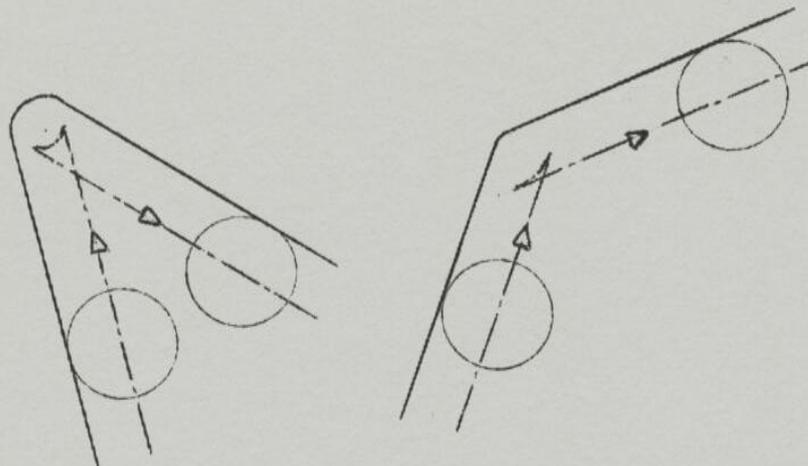


Fig. 15

Die für die Auswertung erforderlichen Formeln sind auf dem Lupenhalter eingraviert. Sie gehen von den normal zu bestimmenden Werten A und M aus. Die Resultate verstehen sich für das metrische System (Bezeichnung "M") in cm bzw. cm², für das britische System (Bezeichnung "B") in ins. bzw. sq.ins.

Zur Bestimmung des Integrals $\int y \cdot ds$ wird eine Näherungsmethode verwendet, deren Genauigkeit vom Verhältnis zwischen dem Radius des Kreises der Fahrlupe und der Grösse der gemessenen Kurve abhängt. Es ist daher empfehlenswert, die Kurve stets möglichst gross aufzuzeichnen (volle Ausnützung einer der grössten verfügbaren Fahrarm-längen).

Pantographenzusatz Typ 803

Kleine Figuren von 1 bis 3 cm Höhe können nur unter Verwendung des Pantographenzusatzes mit genügender Genauigkeit vermessen werden. Dieser Zusatz kann auch mit Planimetern oder Integratoren unserer Fabrikation kombiniert werden.

Die Aufstellung des Integrators - der mit einem Fahrstift versehen sein muss - geschieht in der gewohnten Weise. Für das Einrichten des Zusatzes gegenüber dem Integrator sind folgende Operationen nötig (siehe Fig. 16):

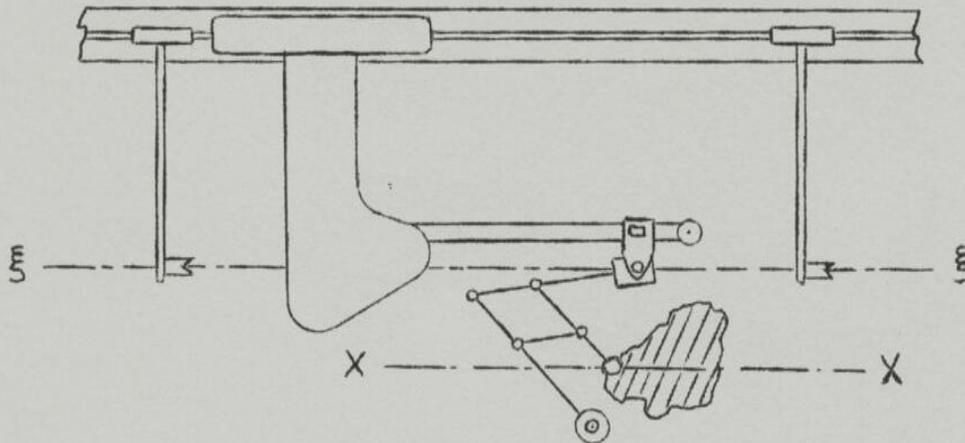


Fig. 16

- Parallelrichten der Abszissenachsen $\{\xi\}$ des anzuschliessenden Integrators und xx der zu umfahrenden kleinen Figur.
- Verschieben des Pantographenfixpunktes, bis der äussere homologe Punkt auf der Achse $\{\xi\}$ und der innere auf der Achse xx liegt. Zu diesem Zweck kann das Zentrierplättchen am äusseren homologen Punkt vorübergehend entfernt werden.
- Festes Eindrücken der Spitzen des Polstückes in die Unterlage, damit der Fixpunkt nicht wackelt.

Der Anschluss des Zusatzes an den Integrator erfolgt durch Einführen des Fahrstiftes in den Körner des Zentrierplättchens am äusseren homologen Punkt des Pantographen.

Die Wahl und Einstellung der Fahrarmlänge erfolgt in normaler Weise. Auch hier gilt die Regel, dass kurze Fahrarmlängen für gute Genauigkeiten günstig sind.

Beim Umfahren wird der Führungsgriff 4 (Fig. 1) des Instrumentes geführt und durch die Fahrlupe am inneren homologen Punkt die Grenzlinie der zu umfahrenden Figur verfolgt.

Die Auswertung der Resultate geschieht in normaler Weise. Dabei ändern sich jedoch die Masstäbe wie folgt:

Die gemessenen Resultate sind durch folgende Konstanten zu dividieren, um die richtigen Werte zu erhalten:

- Flächen durch 10,
- Statische Momente durch 31.62,
- Trägheitsmomente durch 100,
- Momente vierter Ordnung durch 316.2.

Korrelatorzusatz Typ 2006

=====

Der Korrelatorzusatz hat den Zweck, in Kombination mit einem der Integratoren Typ 2001 oder 2002 Produktintegrale der Form

$$\Phi = \int f(x) \cdot g(x) \cdot dx$$

zu bestimmen. Je nachdem, welchen Charakter die Funktion $f(x)$ besitzt, kann das Resultat verschiedene Bedeutungen annehmen:

- Sind $f(x)$ und $g(x)$ verschiedene Funktionen, so liefert das Gerät das Kreuzkorrelationsintegral.
- Ist $f(x) = g(x + \Delta x)$, wobei Δx ein bestimmter konstanter Wert ist, so ergibt sich das Autokorrelationsintegral und, durch Aufzeichnung von $\Phi(\Delta x)$, die Autokorrelationsfunktion.
- Ist $f(x)$ eine harmonische Schwingung, so erhält man bei richtiger Wahl der Wellenlänge und der Phasenlage einen Koeffizienten der Harmonischen Analyse der Funktion $g(x)$.

Der Korrelatorzusatz besitzt zwei Fahrlupen zum gleichzeitigen Verfolgen der beiden Funktionskurven $f(x)$ und $g(x)$. Die eingebaute Mechanik bildet den Mittelwert $s(x)$ der beiden Funktionswerte, also

$$s(x) = \frac{f(x) + g(x)}{2}$$

Dieser Mittelwert wird auf den angeschlossenen Integrator als Integrand übertragen. Der Integrator wird dabei ausschliesslich zur Bestimmung des statischen Momentes M_s der zwischen der Funktion $s(x)$ und der Abszisse des Integrators liegenden Fläche verwendet. Das Prinzip der Bildung eines Produktintegrals beruht nun darauf, dass das statische Moment M_s durch Einsetzen der obigen Beziehung für s wie folgt entwickelt werden kann:

$$M_s = 1/2 \cdot \int s^2 \cdot dx = 1/8 \cdot \int f^2 \cdot dx + 1/8 \cdot \int g^2 \cdot dx + 1/4 \cdot \int f \cdot g \cdot dx$$

Löst man nach dem letzten Term auf (der bis auf eine Konstante dem gesuchten Integral entspricht) und berücksichtigt man den Umstand, dass die beiden ersten Terme der rechten Seite bis auf Konstantwerte den statischen Momenten M_f und M_g der beiden Funktionen $f(x)$ und $g(x)$ entsprechen, kann man die vereinfachte Schreibweise

$$\bar{\Phi} = 4 \cdot M_s - M_f - M_g$$

verwenden. In vielen Fällen ist die Abszissenachse der Funktionen $f(x)$ und $g(x)$ identisch mit ihrer Schwerachse. Dies bedeutet, dass dann die Momente M_f und M_g verschwinden, womit sich das gesuchte Integral auf den Ausdruck

$$\bar{\Phi} = 4 \cdot M_s$$

reduziert.

Der Wert des Korrelatorzusatzes liegt darin, dass er ein äusserst flexibles Hilfsmittel zur Analyse von Funktionen bietet. Er gestattet nicht nur die Harmonische Analyse bis zu beliebig hohem Grade sondern auch die Autokorrelation, welche bei registrierten Schwingungs- und Stosserscheinungen Aufschluss über den Anteil periodischer Phänomene an einer scheinbar oft völlig aperiodisch aussehenden Funktion gibt, und die Kreuzkorrelation, welche das Entdecken von kausalen Zusammenhängen zwischen Erscheinungen erlaubt, bei denen man von vorneherein den Grad der gegenseitigen Abhängigkeit oder der Abhängigkeit von gemeinsamen Ursachen nicht unmittelbar ersehen kann.

Damit öffnet sich dem Korrelatorzusatz ein sehr weites Ein-satzgebiet in verschiedenen Zweigen der Wissenschaft und Technik. Er kann ebensogut für die Untersuchung der Schwingungen eines Flugzeugflügels oder der Stösse eines Erdbebens wie zur Analyse meteorologischer Phänomene oder kommerzieller Statistiken zur Anwendung gelangen.

Für höhere Ansprüche wurde der automatische Korrelator Typ 2307 entwickelt, der mit photoelektrischer Abtastung der korrelierten Funktionsdiagramme ausgestattet ist. Angebote auf Anfrage.

Die Vorbereitung für die Arbeit mit dem Gerät besteht zunächst im Aufzeichnen der Funktionen $f(x)$ und $g(x)$ in geeigneten Masstäben auf zwei getrennten Papierstreifen. Die zur Verfügung stehenden Flächen sind mit den übrigen Daten am Ende dieser Ausführungen angegeben. Wesentlich ist, dass der Abszissenmasstab für beide Funktionen naturgemäss gleich sein muss. Für den Ordinatenmasstab gilt diese Bedingung nicht, da die beiden Funktionen ja unter Umständen Grössen verschiedener physikalischer Dimensionen wiedergeben. Dagegen muss dort, wo das Vorzeichen des Endresultates von Interesse ist, darauf geachtet werden, dass für beide die positiven Werte auf der gleichen Seite der Abszissenachse liegen (eine Missachtung dieser Vorschrift würde das Vorzeichen des Endresultates umkehren).

Zur Vorbereitungsarbeit zählt ferner die Bestimmung der Momente M_f und M_g , welche in normaler Weise mit dem Integrator erfolgen kann. Diese Bestimmung ist auch dann erforderlich, wenn die Abszissenachse bei der Korrelation zwar mit der Schwerachse zusammenfallen soll, aber nicht von vorneherein bekannt ist. In diesem Fall ist die Schwerachse nach dem üblichen Verfahren mit dem Integrator aus Fläche und statischem Moment zu ermitteln.

Die Aufstellung des Gerätes (siehe Fig. 17) erfolgt auf einem mindestens von beiden Längsseiten zugänglichen Tisch, dessen Länge sich nach der Länge des verwendeten Führungslineals zu richten hat und dessen Breite zwischen 850 und 1200 mm betragen soll. Die Tischfläche muss einwandfrei eben sein.

Vor dem Herausnehmen des Korrelatorzusatzes aus seiner Kiste vergewissere man sich, dass seine Mechanik arretiert ist (Drehung der Knöpfe 8 und 11 im Uhrzeigersinn).

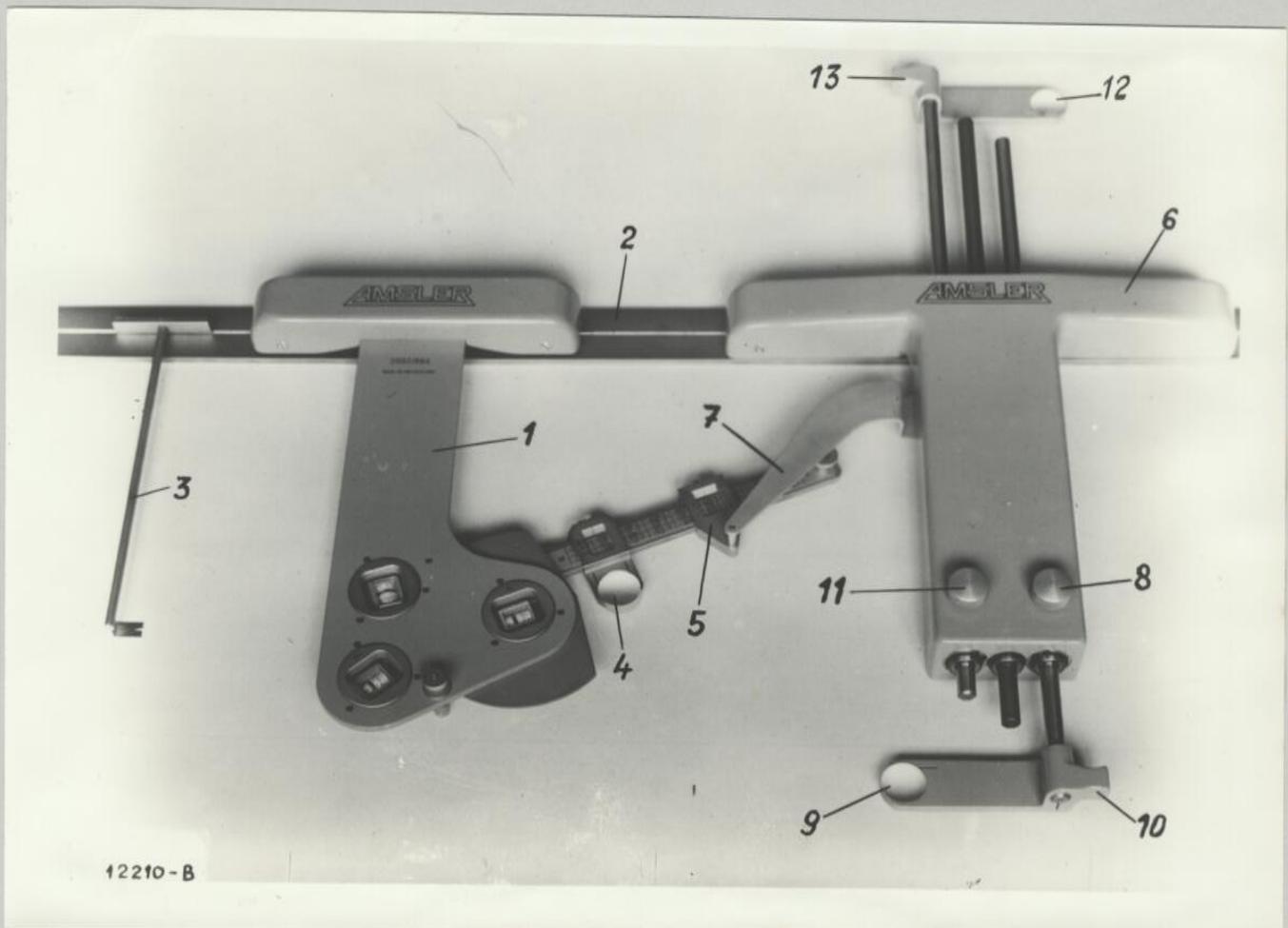


Fig. 17

Der Integrator 1 wird in der üblichen Weise auf das Führungslineal 2 gesetzt, desgleichen wird das Lineal vermittels der Distanzlehren 3 parallel zur Nulllinie des Integrators gerichtet, welche auf einem separaten grossen Papierblatt oder direkt auf der Tischplatte aufzuzeichnen ist. Dabei ist zu beachten, dass die Tischmitte ungefähr halbwegs zwischen der Nulllinie des Integrators und der Nut des Lineals liegen soll, damit die beiden Fahrlupen des Zusatzes ihren vollen Bereich überstreichen können. Der Fahrstift oder die Fahrlupe 4 des Integrators wird am besten an das äussere Ende des Fahrarmes geschoben (Fig. 17 ist in dieser Hinsicht nicht vorbildlich).

Nun wird der Spezialreiter 5 des Korrelators auf den Fahrarm aufgesetzt und (auf gleiche Art wie sonst der Reiter des Fahrstiftes bzw. der Fahrlupe) auf das Feld eingestellt, welches für das statische Moment einen Koeffizienten $-0,314$ im metrischen bzw. $-19,140$ im englischen System anzeigt. Der Reiter ist so konstruiert, dass er - im Gegensatz zu den normalen Reitern der Integratoren - nicht am Ende des Fahrarmes "eingefädelt" werden muss, sondern direkt von oben auf den Fahrarm aufgesetzt werden kann.

Anschliessend kann der Wagen 6 des Zusatzes mit seinen Rollen in die Nut des Lineals gesetzt werden, worauf der Führungsstift des Reiters in die entsprechende Bohrung des Auslegers 7 eingeführt werden kann.

Man vergewissere sich, dass der Drehknopf 8 die Fahrlupe 9 in ihrer Mittellage arretiert. Ist dies nicht der Fall, so lässt sich die betreffende Führung trotz arretierter Einstellung des Knopfes (Drehung im Uhrzeigersinn) vermittels des Griffes 10 unter Ueberwindung des Reibungswiderstandes verstellen. In der Mittellage dagegen schnappt die Arretierung in eine Rast ein und eine Verstellung ist nicht möglich. Nun kann das Diagramm mit der Funktion $f(x)$ unter die Fahrlupe 9 geschoben und derart ausgerichtet werden, dass der Fahrkreis der Fahrlupe beim Verschieben des Gerätes entlang dem Lineal stets der Abszissenachse des Diagrammes folgt. Für $f(x)$ wähle man stets die Funktion mit dem stetigeren Verlauf, welche somit leichter zu umfahren ist.

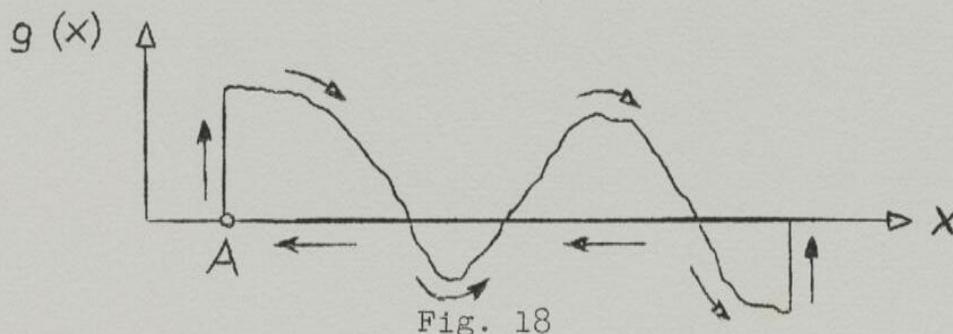
Nach Lösen des Drehknopfes 11 (Drehung gegen den Uhrzeigersinn) verstelle man die Fahrlupe 12 vermittels des Griffes 13 bis der Fahrstift oder die Fahrlupe des Integrators auf der Abszissenachse desselben steht. In dieser Stellung arretiere man die Fahrlupe 12 durch Drehung des Knopfes 11 im Uhrzeigersinn. Nun kann das Diagramm mit der Funktion $g(x)$ unter die Fahrlupe 12 geschoben und mit seiner Abszis-

senachse auf dieselbe ausgerichtet werden. Dabei muss aber beachtet werden, dass der Anfangspunkt des Diagrammes nicht eine beliebige Lage auf der Abszissenachse einnehmen darf. Man verschiebe daher das Gerät bis die Fahrlupe 9 auf dem Anfangspunkt der Funktion $f(x)$ liegt. Die Funktion $g(x)$ ist nun so einzustellen, dass ihr Anfangspunkt von der Fahrlupe 12 markiert wird. Als Anfangspunkt ist dabei stets der Punkt zu betrachten, mit dem eine Umfahung zu beginnen hat. Allfällige Verschiebungen Δx sind in diesem Sinn zu berücksichtigen.

Nach Lösen der Drehknöpfe 8 und 11 ist das Gerät zur Umfahung bereit.

Bei der Demontage des aus Integrator und Zusatz bestehenden Gespannes kann es vorkommen, dass der Stift des Reiters 5 in der Bohrung des Auslegers 7 klemmt. Eine leichte Hin- und Herbewegung einer der beiden Fahrlupen 9 oder 12 erleichtert das Lösen der Verbindung. Im übrigen geschieht die Demontage sinngemäss in umgekehrter Folge wie die Aufstellung. Vor dem Versorgen des Zusatzes sollen beide Fahrlupen durch Drehung der Knöpfe 8 und 11 etwa in ihrer Mittellage arretiert werden. Für die Fahrlupe 9 ist diese Stellung durch die bereits erwähnte Rast eindeutig festgelegt.

Die Umfahrung eines Diagrammpaares geschieht durch zwei Operateure. Jeder Operateur beginnt im Anfangspunkt auf der Abszissenachse seines Diagrammes, bewegt seine Fahrlupe in Ordinateurichtung bis zur Funktionskurve, folgt derselben bis zum Ende des zu korrelierenden Bereiches, kehrt in Ordinateurichtung bis zur Abszissenachse zurück und fährt auf der Abszissenachse wieder in den Anfangspunkt A (siehe Fig. 18). Dabei ist es vorteilhaft, wenn der Operateur, welcher die Fahrlupe 12 mit dem Griff 13 bedient, das ganze Gespann mit der linken Hand am Wagen 6 des Zusatzes führt. Aus diesem Grunde ist es auch empfehlenswert, wenn die auf dieser Seite befindliche Funktion $g(x)$ den weniger stetigen Verlauf aufweist. Der zweite Operateur (Fahrlupe 9 und Handgriff 10) kann dann die stetigere Funktion $f(x)$ ohne über-



mässige Mühe verfolgen, obgleich er ganz bewusst von der Führung in Abszissenrichtung ausgeschlossen ist.

Die Ablesung kann sich normalerweise auf das mit "m" bezeichnete Zählwerk des Integrators beschränken, da ja nur das statische Moment M_S zu ermitteln ist. Im übrigen erfolgt die Ablesung in normaler Weise vor und nach der Umfahrung mit der dazugehörigen Differenzbildung.

Für die Auswertung der Resultate ist M_S bzw. Φ nach der im Fenster des Reiters 5 angegebenen Formel bzw. den eingangs erwähnten Beziehungen zu berechnen. Somit steht Φ zunächst in cm^3 oder in.^3 (je nach dem verwendeten Masssystem) zur Verfügung. Der Masstab des Resultates ist durch die Bedingung gegeben, dass 1 cm^3 des Resultates dem Produkt der durch je 1 cm in Abszissenrichtung sowie in Ordinatenrichtung für $f(x)$ und $g(x)$ dargestellten Werte entspricht.

Als Beispiel sei angenommen, dass die Wirkleistung eines elektrischen Stromkreises bestimmt werden soll, wobei simultan aufgenommene Oszillogramme der Momentanwerte für Spannung und Strom in Funktion der Zeit als Eingangsfunktionen verwendet werden. 1 cm in Abszissenrichtung stelle 0,01 s, 1 cm in Ordinatenrichtung für $f(x)$ einen Strom von 0,01 A und für $g(x)$ eine Spannung von 5 V dar. 1 cm^3 des Resultates bedeutet dann $0,01 \cdot 0,01 \cdot 5 = 5 \cdot 10^{-4}$ VAs. Eine Division der so ermittelten Wirkenergie durch die betrachtete Zeitspanne liefert die gesuchte Wirkleistung.

Für die praktische Anwendung seien noch einige wichtige Fälle erwähnt:

Das Kreuzkorrelationsintegral bzw. das Faltungsintegral zweier Funktionen $f(x)$ und $g(x)$ ist definiert durch die Beziehung

$$\Phi(f, g) = \int f \cdot g \cdot dx.$$

Die Integration erfolgt dabei für Kreuzkorrelationen theoretisch von $-\infty$ bis $+\infty$ (praktisch über einen möglichst grossen Bereich), für Faltungsintegrale über einen wohldefinierten Bereich. In gewissen Fällen kann auch ein in x-Richtung gestaffeltes Kreuzkorrelationsintegral von Interesse sein, welches dadurch entsteht, dass man $f(x)$ mit $g(x+\Delta x)$ korreliert. Dies erfolgt naturgemäss durch entsprechende Wahl des Startpunktes in Abszissenrichtung. Bei Kreuzkorrelationen ist es vorteilhaft, das Resultat durch die Länge der Diagrammstreifen zu dividieren und so vom Integrationsbereich unabhängig zu machen.

Das Autokorrelationsintegral Φ einer Funktion $f(x)$ ist definiert durch die Beziehung

$$\Phi(\Delta x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \cdot f(x+\Delta x) \cdot dx.$$

Da auch hier die Integration theoretisch über einen unendlichen Bereich geführt werden sollte, wird man darauf ausgehen, einen möglichst langen Diagrammstreifen zu untersuchen. Desgleichen ist die Division der Resultate durch die Diagrammlänge empfehlenswert.

Bei der Harmonischen Analyse einer Funktion $g(x)$ können die Koeffizienten A und B für die n -te Harmonische ausgedrückt werden durch die Beziehungen

$$A_n = \frac{2}{L} \cdot \int_0^L g(x) \cdot \cos(n \cdot x) \cdot dx$$
$$B_n = \frac{2}{L} \cdot \int_0^L g(x) \cdot \sin(n \cdot x) \cdot dx.$$

L ist dabei die Periodenlänge der analysierten Funktion. Bei der Ansetzung der Masstäbe ist zu berücksichtigen, dass dank der Division durch L die Darstellung in Abszissenrichtung bereits dimensionslos gemacht ist. Desgleichen ist die harmonische Schwingung $f(x)$ dimensionslos. Es sind also lediglich zwei Faktoren einzusetzen, die angeben, welche Bruchteile der Periodenlänge bzw. der harmonischen Schwingungsamplitude je 1 cm in Abszissen- bzw. f -Ordinatenrichtung darstellt. Das Endresultat hat somit die gleiche Dimension wie die Funktion $g(x)$.

Als Beispiel sei angenommen, dass die Periodenlänge der untersuchten Funktion 50 cm betrage. 1 cm in Abszissenrichtung stellt also 2 % dieser Länge dar. Für $f(x)$ liege eine Amplitude der sin- bzw. der cos-Linie von 4 cm vor. 1 cm Ordinatenhöhe entspricht also 25 % der dimensionslosen Einheit. Schliesslich stelle 1 cm Ordinatenhöhe für $g(x)$ beispielsweise einen Strom von 10 A dar. Damit ergibt sich für 1 cm² des Resultates ein Wert von $0,02 \cdot 0,25 \cdot 10 = 0,05$ A.

Die verwendeten Sinuslinien sollen grundsätzlich in möglichst grossem Ordinatenmasstab aufgezeichnet werden. Es muss aber im Interesse einer flüssigen Umfahrung dafür gesorgt werden, dass die Steilheit dieser Linien gewisse Grenzen nicht überschreitet. Mit anderen Worten: Wenn die Wellenlänge gering ist, muss auch eine etwas geringere Amplitude gewählt werden. Die Wellenlänge ist naturgemäss gegeben durch den

Quotienten L/n , wobei n die Ordnung der zu bestimmenden Harmonischen darstellt. Der Unterschied zwischen den Koeffizienten A_n und B_n besteht bei der Korrelation lediglich darin, dass im ersten Fall der Startpunkt bei der grössten Amplitude, im zweiten beim Nulldurchgang der Sinuslinie liegt. Wie schon erwähnt, ist die gegenüber der untersuchten Funktion stetigere Sinuslinie immer mit der Fahrlupe 9 zu verfolgen.

Folgende technischen Daten sind von Bedeutung:

Tischbreite	850 + 1200 mm
Tischlänge	mindestens gleich Lineallänge
Max. Diagrammbreite für $f(x)$ und $g(x)$.	200 mm
Lage der Abszissenachse	in der Mitte der Diagrammbreite
Max. Diagrammlänge für $f(x)$ und $g(x)$	
mit Lineal Typ 801.01	560 mm
mit Lineal Typ 801.02	1260 mm
mit Lineal Typ 801.03	2260 mm
Nettogewicht	9,7 kg
Gewicht mit Etui	14,7 kg.

Die Funktion $f(x)$, die mit der Fahrlupe 9 abgetastet wird, sollte auf einem Papierstreifen aufgezeichnet sein, dessen obere Kante fast bis zum Lineal 2 (Fig. 17) reicht. Dadurch vermeidet man ein Ueberfahren des Papierrandes durch Teile des Integrators, was zu Fehlresultaten oder Störungen der Arbeit führen könnte.

Garantie

=====

Für die einwandfreie Funktion unserer Integratoren garantieren wir auf die Dauer von 12 Monaten vom Tage der Ablieferung ab Fabrik an gerechnet, in dem Sinne, dass wir alle in dieser Zeit nachweisbar durch schlechtes Material oder mangelhafte Ausführung unbrauchbar werdenden Teile so bald als möglich auf unsere Kosten in Stand stellen oder ersetzen, aber ohne weiteren Schadenersatz. Irgend eine andere Verbindlichkeit für direkten oder indirekten Schaden lehnen wir ausdrücklich ab.

Die Integratoren verlassen unser Werk in justiertem Zustand und wir können für ihre Genauigkeit folgende Garantie geben, die allerdings nur unmittelbar nach der Ablieferung der Geräte gilt, da wir für fehlerhafte Behandlung oder Dejustierung beim Kunden keine Haftung übernehmen können. Man kontrolliere daher die Genauigkeit nach den unten stehenden Angaben und behandle die Integratoren in einer Weise, wie dies für ein Präzisionsinstrument verlangt werden darf.

Die Abweichungen der gemessenen Flächen und Momente gegenüber den theoretischen Werten sind kleiner als

- +1% für die Fläche
- +1,5 % für das statische Moment
- +2 % für das Trägheitsmoment
- +3 % für das Moment vierter Ordnung.

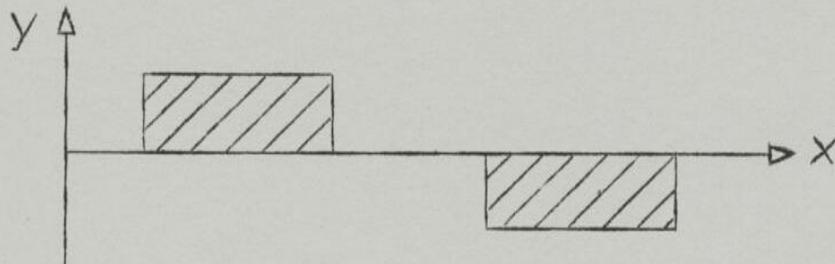


Fig. 19

Dabei muss die Höhe des umfahrenen Rechteckes mindestens der Hälfte der grössten mit der betreffenden Fahrarmlänge erreichbaren Amplitude und die Lage des Rechteckes der obigen Skizze entsprechen. Die Länge des Rechteckes sollte mindestens seiner Höhe gleich sein. Für kleinere und insbesondere für niedrigere Figuren sind die Genauigkeiten beträchtlich schlechter.

