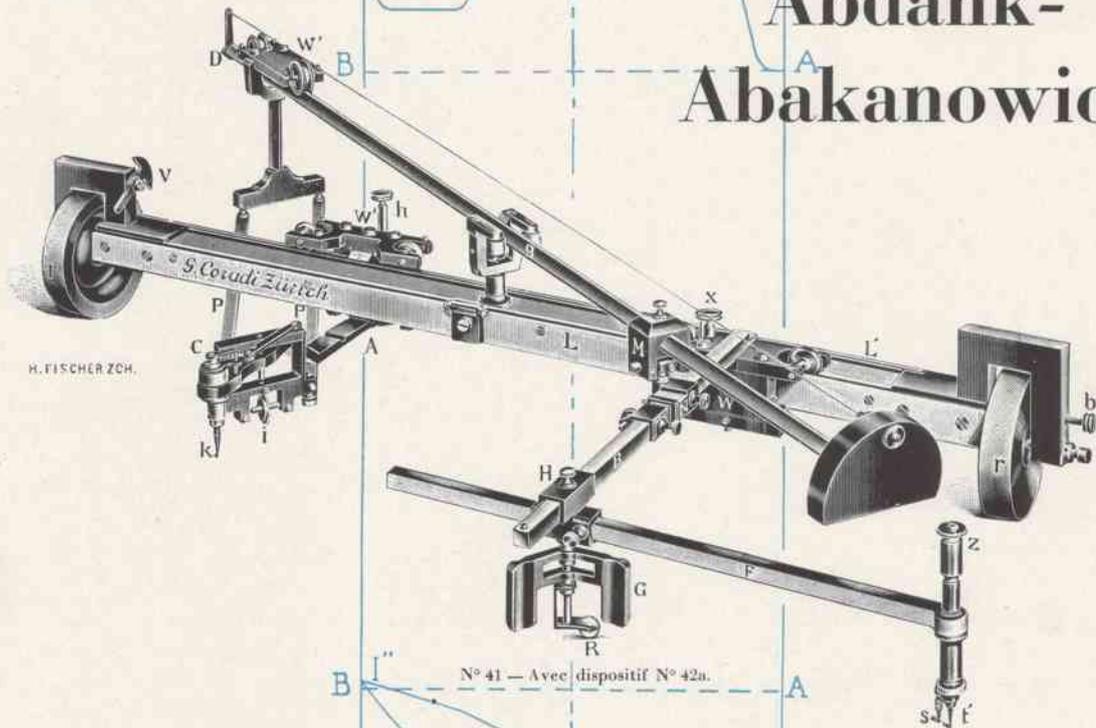
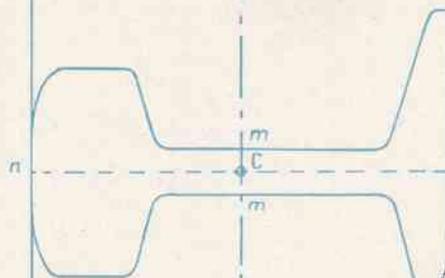
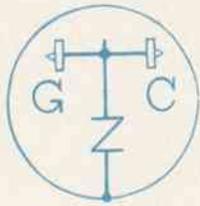


# INTÉGRAPHES

INVENTÉS

PAR

Abdank-  
Abakanowicz



CONSTRUITS

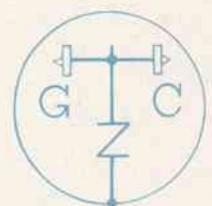
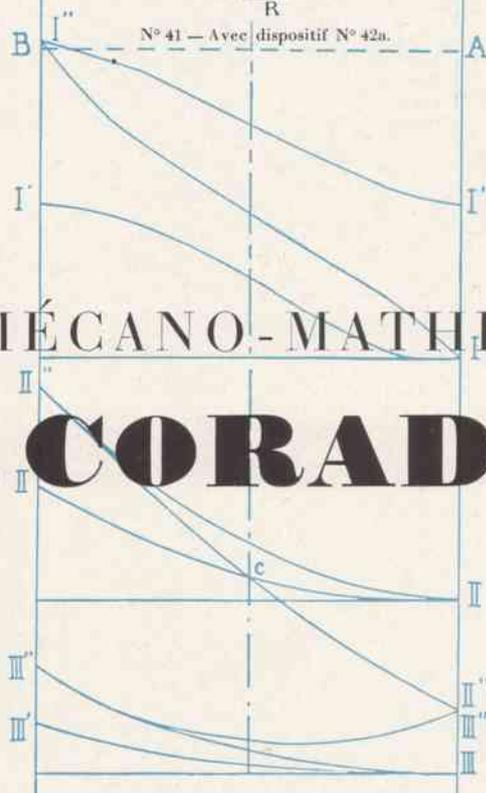
PAR

INSTITUT MÉCANO-MATHÉMATIQUE

## G. CORADI

ZURICH

(Suisse)



# L'INTÉGRAPHE N° 41

L'Intégraphe est un intégrateur qui, en remplaçant de longs et fastidieux calculs numériques, par une simple opération mécanique, indique non seulement le résultat final de l'intégration, en effectuant la somme totale des éléments (comme les planimètres, par exemple, qui donnent simplement la mesure numérique de la surface considérée), mais encore, sous forme de tracé graphique d'une courbe, la loi complète qui régit la sommation, permettant de suivre pas à pas, pour ainsi dire, le progrès de l'intégration et de connaître la succession des phases par lesquelles elle a passé.

**PRINCIPE :** La courbe tracée par nos Intégraphes n'est autre chose que la *courbe intégrale*.

Soit  $a b c d e$  (voir fig. 1) une courbe donnée quelconque. Traçons une autre courbe  $A B C D E$  telle que chaque ordonnée, mesurée à partir de la droite  $A N$  parallèle à  $O X$  et passant par le point initial  $A$ , représente l'aire comprise entre la courbe donnée, l'axe des  $X$  et l'ordonnée choisie; une ordonnée quelconque  $B K$ , par exemple, multipliée par une longueur  $l$  choisie comme unité, donne un parallélogramme dont l'aire est égale à  $a b k$ .

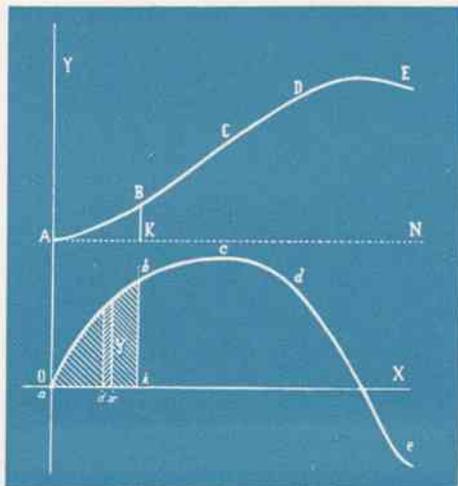


Fig. 1

La courbe  $A B C D E$  est la *courbe intégrale* par rapport à  $a b c d e$ , *courbe différentielle* correspondante.

Soit (voir fig. 2),  $P M N$ , la courbe donnée dont l'équation est:

$$y = f(x).$$

L'équation de la courbe intégrale  $H T W$  sera:

$$Y = \int f(x) dx + c.$$

Dérivons cette dernière équation:

$$\frac{dY}{dx} = y = \operatorname{tg} \varphi$$

$\varphi$  étant l'angle que forme la tangente à la courbe intégrale avec la direction positive de l'axe des  $X$ .

Nous voyons que l'ordonnée  $y$  de la courbe donnée a pour valeur la tangente trigonométrique de l'angle  $\varphi$ .

Si nous portons de  $A$  à  $D$  une longueur  $l$  égale à l'unité, la tangente en  $T$  à la courbe intégrale sera parallèle à  $D B$ .

On peut ainsi trouver facilement la tangente en un point quelconque de la courbe intégrale.

Considérons encore la courbe différentielle de la fig. 2. Posons sur le même plan, en un point  $T$  quelconque situé sur la même ordonnée que le point  $B$ , une roulette que nous orientons de telle sorte que son plan soit parallèle à la *directrice*  $B D$ . Imprimons-lui un mouvement de roulement qui ne peut s'effectuer que dans la direction de son plan.

*Si, à chaque instant, nous maintenons le plan de la roulette parallèle aux directrices, celle-ci tracera la courbe intégrale.*

Comme la roulette ne touche théoriquement le plan  $O X Y$  qu'en un point, il n'y aura pas de glissement pendant le changement de direction, et comme elle peut tourner autour de son axe, elle ne glissera pas non plus en avançant dans la direction de son plan.

La distance dont s'avance la roulette dans la direction de l'axe des  $Y$  mesure l'intégrale.

*Tel est le principe fondamental qui a servi de base à la construction des Intégraphes Abdank-Abakanowicz.*

## DESCRIPTION SOMMAIRE de l'Intégraphe N° 41.

L'Intégraphe possède, comme les planimètres roulants **CORADI**, trois points de contact avec le plan, dont deux relatifs aux *rouleaux*  $rr$  fixés à l'axe  $o$  et l'autre au *traçoir*  $t$ . Les rouleaux donnent une direction rectiligne à l'instrument et lui permettent de parcourir en ligne droite une étendue quelconque sur la planche horizontale.

Le cadre, dans lequel les rouleaux  $rr$  sont fixés entre pivots, se compose de deux *règles*  $L$  et  $L^1$  perpendiculaires au sens du déplacement de l'instrument.

Dans la rainure de la règle antérieure se déplace le *chariot conducteur*  $W$  qui porte la *règle graduée*  $B$ , le *traçoir*  $t$  et l'axe vertical antérieur  $M$  de la *règle directrice*  $D$ .

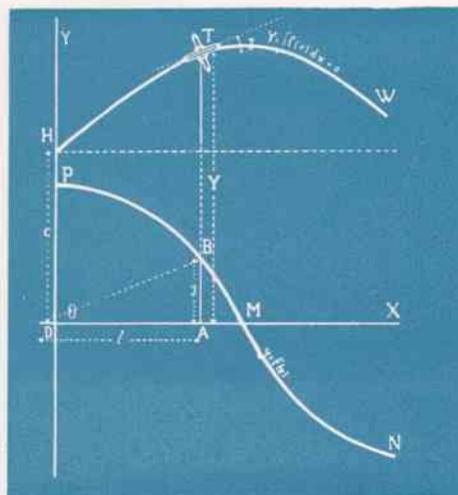


Fig. 2



Dans la rainure de la règle postérieure se meut le *chariot intégrateur*  $W^1$  auquel sont fixés la *roulette intégrante*  $i$  et le *tire-ligne*  $k$ .

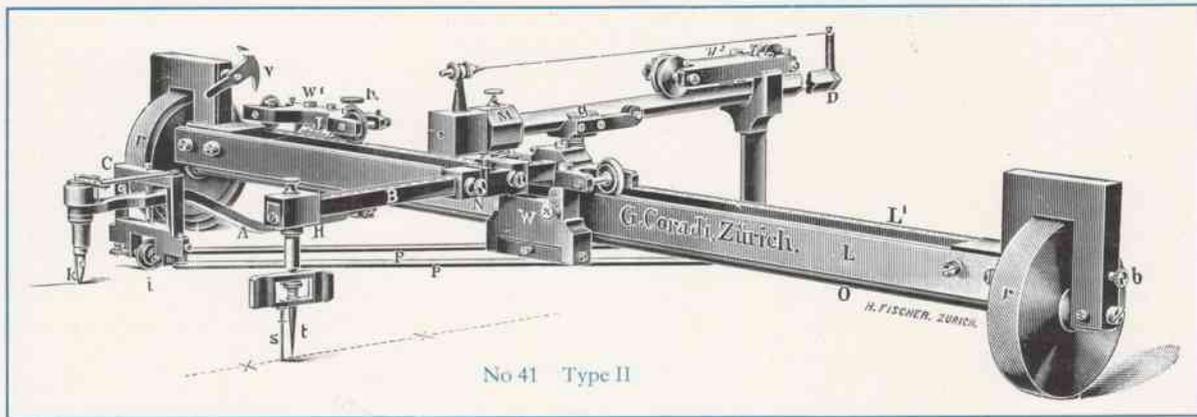
Au milieu du grand cadre se trouve le second axe de la règle directrice; cet axe porte un *manchon*  $g$  dans lequel glisse la règle directrice; sur cette dernière se meut un *chariot*  $W^2$  relié au *cadre*  $G$  de la roulette intégrante  $i$  au moyen d'un *parallélogramme*  $pp$  qui a pour but de maintenir le plan de la roulette constamment parallèle à la règle directrice.

La distance perpendiculaire des deux axes de rotation de la règle directrice représente la base de l'appareil (correspondant au bras mobile du planimètre).

L'axe de rotation antérieur de la règle directrice est fixé par un *manchon mobile*  $N$  sur la règle graduée  $B$ . Cette règle porte une division en demi-millimètres. Le manchon est muni d'un vernier permettant d'apprécier  $\frac{1}{20}$  de millimètre et possède un mouvement micrométrique.

La base peut être fixée à  $\frac{1}{20}$  de millimètre près et varie suivant la capacité des différents types d'instruments (voir tableau à la page 4).

Les différentes positions du vernier sur la règle de base, pour lesquelles le rapport entre les ordonnées des courbes intégrales et les valeurs représentées par ces dernières est un chiffre rond, sont indiquées sur un *tableau* placé dans l'étui de l'instrument.



**APPLICATIONS:** En suivant la première courbe intégrale par la pointe motrice de l'Intégraphe, on obtient une seconde courbe intégrale. La différence entre les ordonnées à l'endroit de  $x = \zeta$  et de l'ordonnée initiale de cette nouvelle courbe représente le moment statique de la surface originale se trouvant à gauche de  $\zeta$  par rapport à l'axe  $x = \zeta$ . Soit  $y_2$  l'ordonnée de la seconde courbe intégrale, il s'en suit que:

$$y_2(\zeta) - y_2(0) = \int_0^{\zeta} (\zeta - x) y dx$$

Si l'on suit la seconde courbe intégrale de la pointe motrice de l'Intégraphe, on obtient une troisième courbe intégrale. La différence entre l'ordonnée se trouvant à  $x = \zeta$  et de l'ordonnée initiale de cette troisième courbe est égale à la moitié du moment d'inertie de la surface à gauche de  $\zeta$  par rapport à l'axe  $x = \zeta$ . Soient  $y_3$  les ordonnées de la troisième courbe intégrale, il y a:

$$y_3(\zeta) - y_3(0) = \frac{1}{2} \int_0^{\zeta} (\zeta - x)^2 y dx.$$

Ainsi de suite.

L'Intégraphe permet de résoudre, d'une façon simple et sûre et avec une importante économie de temps, un grand nombre de problèmes et de calculs ardu.

Pour bien montrer quelle est l'étendue et la variété des applications de l'Intégraphe, il faudrait passer en revue les principales d'entre elles à savoir:

**Les problèmes planimétriques, la résolution des équations numériques, la recherche des moments de divers ordres et des centres de gravité, le problème du transport des terres, le calcul des poutres encastées ou continues, la théorie des voûtes, les problèmes de construction navale, l'étude des systèmes en mouvement, les problèmes électriques, etc.**

L'espace restreint qui nous est accordé ne nous permettant pas d'entreprendre une étude aussi complète, nous sommes à la disposition des intéressés pour leur adresser, sur demande, la brochure «L'Intégraphe Abdank-Abakanowicz», par Henry Lossier, Professeur de l'Université de Lausanne.

Grâce à la **grande précision** des instruments CORADI, aussi remarquables par la simplicité des principes mis en jeu que par les qualités pratiques de leur construction, il suffit de placer une personne consciencieuse, mais *sans instruction technique bien étendue*, au service de l'Intégraphe.

Nous terminons ici ce prospectus dont le seul but est de faire connaître de plus en plus l'Intégraphe, instrument répondant parfaitement aux exigences de la technique moderne.



# INTÉGRAPHES N° 41

## CARACTÉRISTIQUES, DIMENSIONS ET CAPACITÉS

Type I	{	Mouvement latéral des chariots conducteur et intégrateur: 316 millimètres. Base variable de 150 à 50 millimètres.
Type II	{	Mouvement latéral des chariots conducteur et intégrateur: 526 millimètres. Base variable de 200 à 50 millimètres.
Type III	{	Mouvement latéral des chariots conducteur et intégrateur: 766 millimètres. Base variable de 250 à 50 millimètres.
Type IV	{	Mouvement latéral des chariots conducteur et intégrateur: 1000 millimètres. Base variable de 300 à 50 millimètres.

## DISPOSITIFS SPÉCIAUX

Les derniers perfectionnements apportés par la Maison CORADI, à la construction des Intégraphes, pour augmenter leur précision et les rendre encore plus pratiques, se résument comme suit:

**DISPOSITIF N° 42a.** (Voir gravure page 1.) Ce nouveau dispositif permet le déplacement latéral du traçoir  $t'$  pour amener ce dernier aisément et d'une façon très rapide sur la droite que l'on a choisie comme axe des  $x$  de la figure à calculer et sans être obligé pour ce faire de déplacer tout l'instrument et de l'orienter à nouveau dans la direction des abscisses.

Il se compose du manchon mobile H sur lequel est fixé un autre manchon transversal portant le bras F, muni de la douille de traçoir Z avec le traçoir  $t'$ , qui peut être déplacé perpendiculairement à la règle de base B.

Le traçoir  $t$  de l'Intégraphe N° 41 est remplacé par la roulette R avec la poignée mobile G qui sert à conduire tout l'instrument.

Le bras transversal F peut être retiré et le traçoir placé à gauche de la base si l'opération à exécuter l'exige.

**DISPOSITIF N° 42aa,** complémentaire au 42a, permettant de remplacer le traçoir  $t'$  du bras F par un manchon portant un deuxième bras muni du traçoir et réglable dans la direction des  $x$  pour placer le traçoir sur la même ordonnée que le tire-ligne  $k$ , et sans perdre de place pour les mouvements des chariots conducteur et intégrateur.

**DISPOSITIF N° 42b,** permettant de bloquer le chariot conducteur dans une position quelconque et de le fixer au moyen d'une vis à mouvement micrométrique à une distance déterminée de l'axe des  $x$ .

