



Exposition Universelle de 1900 * Paris.

NOTICE

sur les Instruments de précision
construits

par G. Coradi, Zurich, Suisse.

Groupe III. — Classe 15.

Exposition Universelle de 1900 * Paris.

—  — EXPOSITION DE 1900
GRAND PRIX

Notice

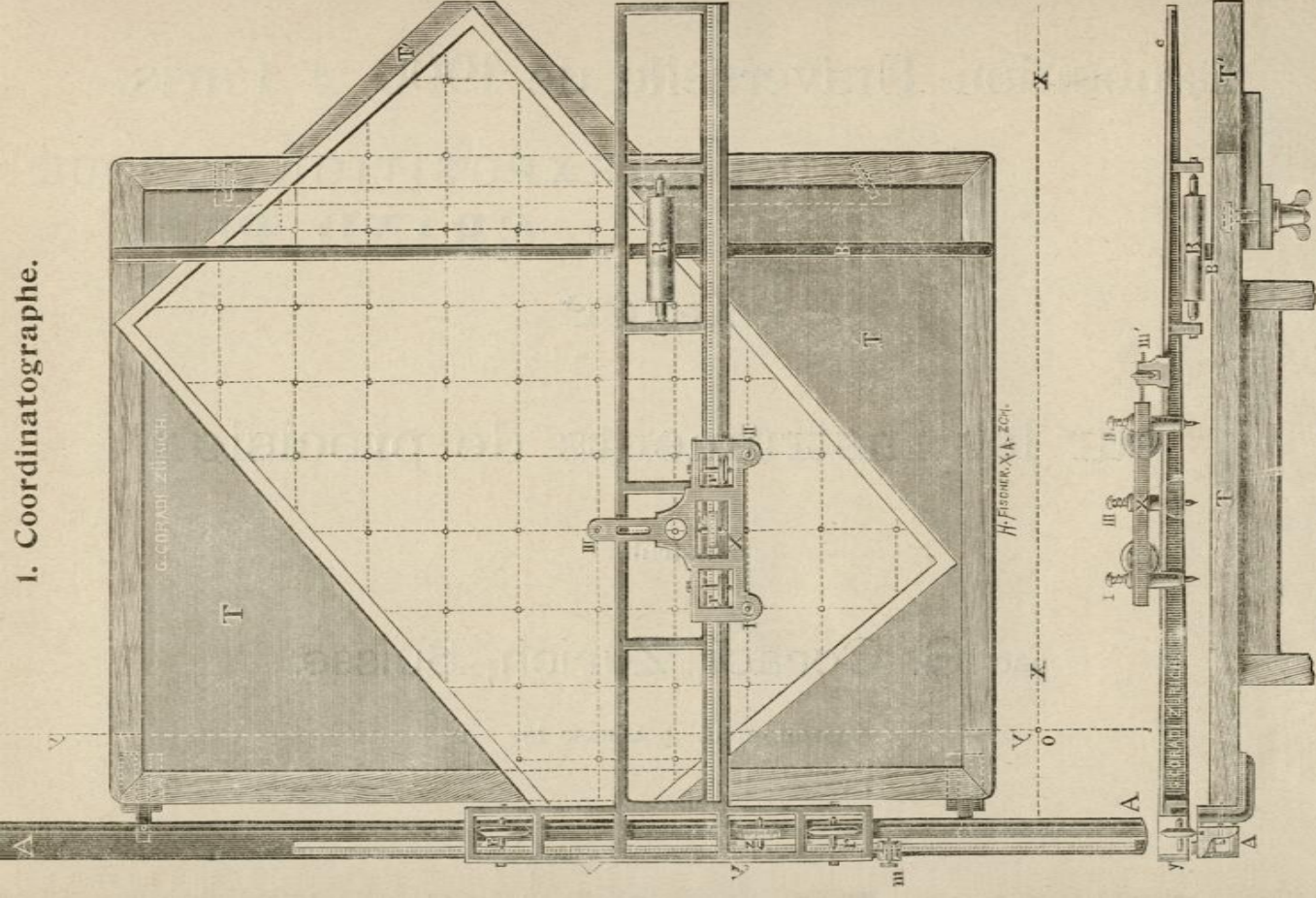
sur les Instruments de précision

construits

par G. Coradi, Zürich, Suisse.

Groupe III. | Classe 15.

1. Coordinatographe.

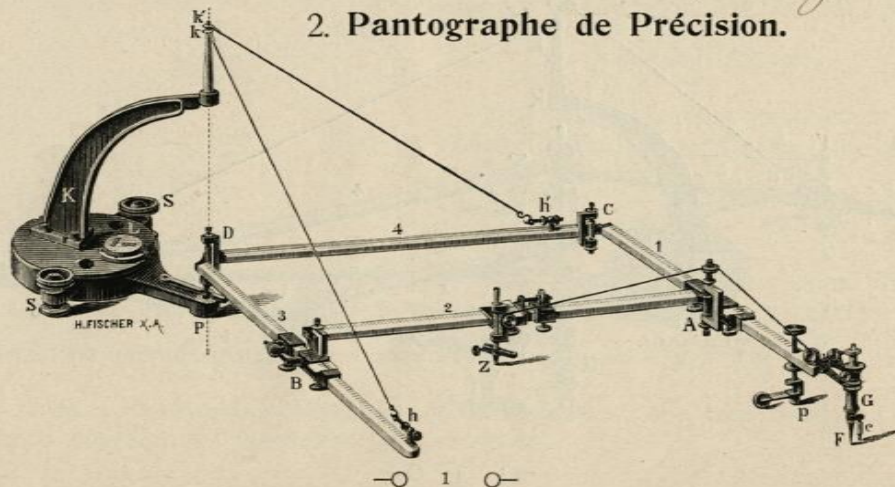


(51) 1. **Coordinatographe** construit par G. Coradi de Zurich.

Cet instrument permet de tracer au tire-lignes, sur une feuille de papier de $1,00\text{ m} \times 0,70\text{ m}$, orientée d'une façon quelconque, un quadrillage rigoureusement exact à une échelle arbitraire.

Il permet en outre de déterminer avec la plus grande précision sur le dessin la position d'un point défini par ses coordonnées rapportées à 2 axes rectangulaires quelconques. Prix: *1200^{fr} pris à Zurich*

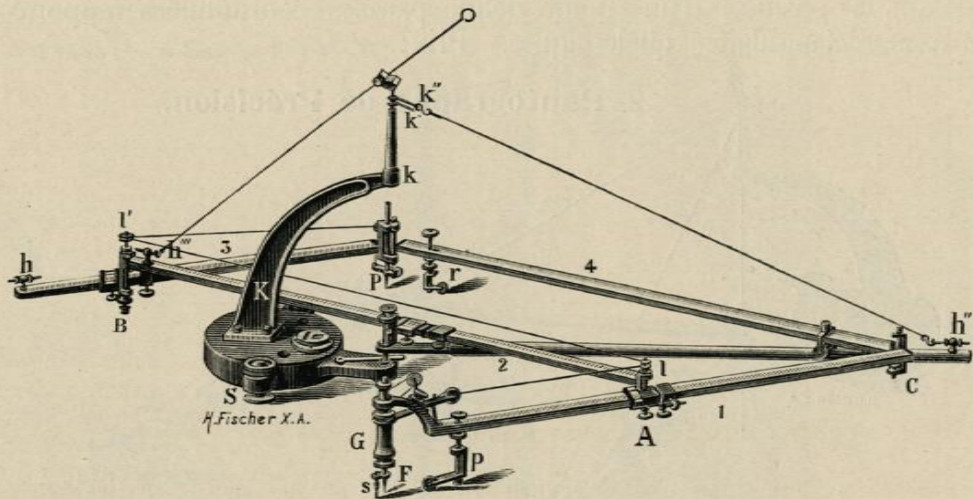
2. **Pantographe de Précision.**



(1-24) Pantographe de précision

à bras suspendus, pour copier, agrandir et réduire des dessins, plans etc.

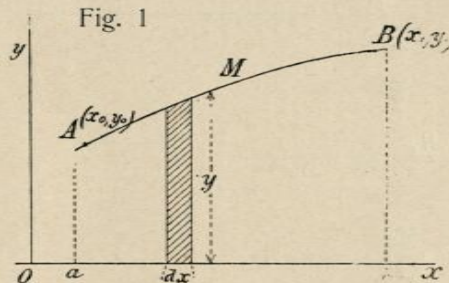
Construit par G. Coradi de Zurich. Prix: de 200 à 470.^{fr.} pris à Paris



Planimètres, Intégrateurs, Intégraphes.

Ces instruments servent à effectuer *mécaniquement* les opérations suivantes:

1°. Détermination de l'aire $AMBba$ (Fig 1) limitée par une courbe plane quelconque, deux de ses ordonnées et l'axe des x . Si $y=f(x)$ est l'équation de la courbe dans le système d'axes rectangulaires Ox, Oy , on aura



$$S = \int_{x_0}^{x_1} y dx = \int_{x_0}^{x_1} f(x) dx;$$

2°. Détermination des moments de divers ordres $M_2, M_3, \dots, M_n$, de cette aire par rapport à l'axe des x .

On sait que l'on a: $Mn = \int_{x_0}^{x_1} \frac{y^n}{n} dx$

Voici comment on opère pour obtenir S et Mn : On fait décrire à une roulette de rayon ρ un chemin proportionnel à dx , le coefficient de proportionnalité étant constamment égal soit à y , soit à $\frac{y^n}{n}$.

Si $d\omega$ est la rotation élémentaire de la roulette, et que cette rotation s'effectue suivant la direction de l'axe des x , on aura suivant le cas:

$$\rho \, d\omega = K_1 \, y \, dx ;$$

$$\rho \, d\omega = K_2 \, \frac{y^2}{2} \, dx .$$

.....

.....

$$\rho \, d\omega = Kn \, \frac{y^n}{n} \, dx$$

et, en intégrant:

$$\omega_1 = \frac{K_1}{\rho} \int_{x_0}^{x_1} y \, dx = \frac{K_1}{\rho} S ;$$

$$\omega_2 = \frac{K_2}{\rho} \int_{x_0}^{x_1} \frac{y^2}{2} \, dx = \frac{K_2}{\rho} M_2$$

.....

.....

$$\omega_n = \frac{Kn}{\rho} \int_{x_0}^{x_1} \frac{y^n}{n} \, dx = \frac{Kn}{\rho} Mn .$$

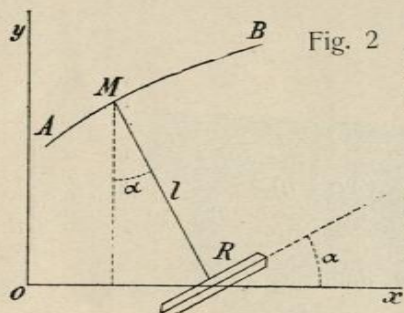


Fig. 2

Mais on sait, que si le plan d'une roulette fait un angle α avec la direction (axe des x) de sa translation, pour une valeur dx de cette translation, la roulette aura roulé $dx \cos \alpha$ seulement.

On aura donc, dans ce cas, $\rho d\omega = dx \cos \alpha$.

Si donc, (Fig. 2), on fixe une roulette R à l'extrémité d'une tige de longueur constante l , et que l'on fasse décrire au traçoir la courbe $A M B$ en forçant R à se déplacer toujours dans la direction ox ,

on aura: $\cos \alpha = \frac{y}{l}$.

On aura donc $K_1 = \frac{y}{l}$ et par suite:

$$\text{d'abord } d\omega = \frac{1}{l\rho} y dx$$

$$\text{et enfin } \omega_I = \frac{1}{l\rho} \int_{x_0}^{x_1} y dx = \frac{1}{l\rho} S.$$

Si le plan de la roulette R , au lieu d'être perpendiculaire à la tige MR , est incliné sur celle-ci d'un angle $\frac{\pi}{2} - n\alpha$, on aura évidemment:

$$\rho d\omega = dx \cos n\alpha$$

$$\text{et } \omega_n = \frac{1}{\rho} \int_{x_0}^{x_1} \cos n \alpha \, dx.$$

Mais $\cos n \alpha =$

$$\frac{1}{2} \left[(2 \cos \alpha)^n - \frac{n}{1} (2 \cos \alpha)^{n-2} + \frac{n(n-2)}{1 \times 2} (2 \cos \alpha)^{n-4} - \dots \right]$$

et d'autre part, $\frac{y}{l} = \cos \alpha$, donc

$$\omega_n = \frac{1}{2\rho} \int_{x_0}^{x_1} \left\{ \frac{2y}{l} \right\}^n dx - \frac{n}{2\rho} \int_{x_0}^{x_1} \left\{ \frac{2y}{l} \right\}^{n-2} dx + \dots$$

Et en effectuant l'intégration indiquée:

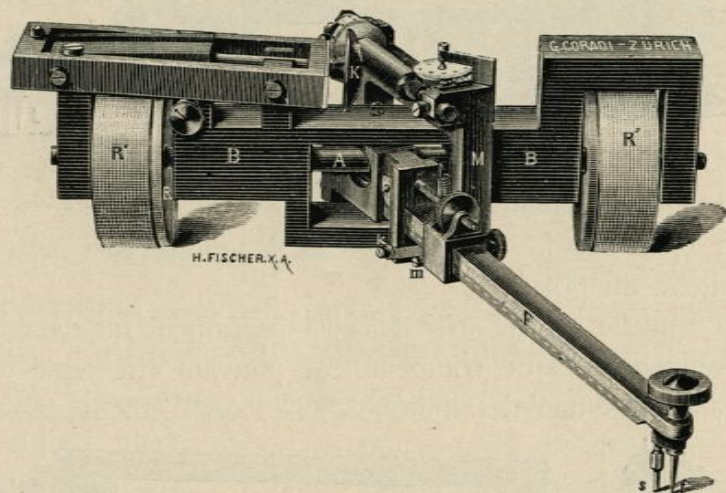
$$\omega_n = An Mn + Bn.$$

An étant une constante dépendante de la construction de l'instrument et Bn étant connu par les opérations qui donnent les moments d'ordres inférieurs à n .

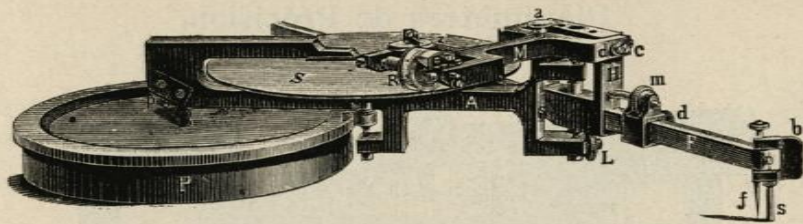
Suivant la construction et le prix des instruments, on obtient les moments d'ordres plus ou moins élevés (généralement jusqu'au moment du troisième ou du quatrième ordre).

D'après ces principes ont été construits les instruments suivants:

Planimètres de Précision.



- (31-32) 3. Planimètre roulant et à sphère grand modèle. Prix 195^{fr} pris à Zurich
 (29-30) 4. Planimètre roulant et à sphère petit modèle. Prix 165^{fr} id.



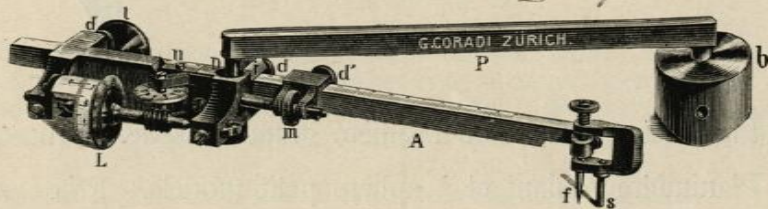
(33-34) 5. Planimètre de précision à disque. Prix *140^{fr} pris à Laris*

(35) 6. Planimètre polaire compensateur.

La bielle motrice peut être placée à volonté soit à droite, soit à gauche du pôle.

La roulette est en acier Nickel absolument inoxydable. Prix *65^{fr} pris à*

(36) 7. Planimètre polaire compensateur pouvant être réglé de manière *Laris* à utiliser différentes unités. *Prix: 95^{fr} pris à Laris*



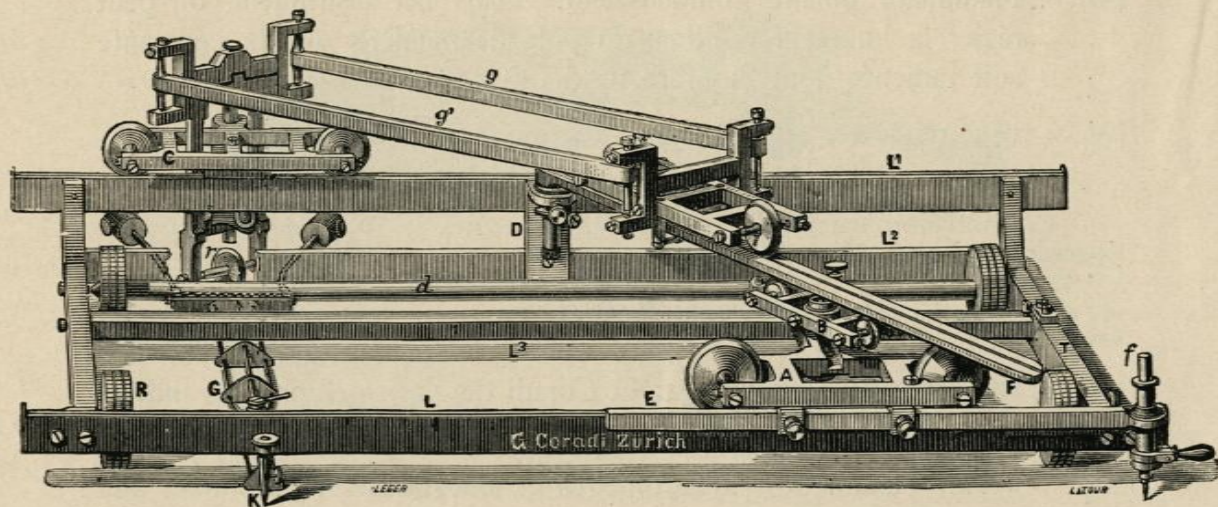
(37a) 8. Planimètre polaire compensateur. Dans cet instrument, on peut régler la longueur du bras du pôle de manière que la constante soit ramenée à un nombre rond (20,000). *Prix: 110.^{fr} pris à Paris*

(45) 9. **Intégrateur**, construit par G. Coradi de Zurich d'après les indications de Mr. le professeur H. S. Hele-Shaw de Liverpool. *Prix: 1000.^{fr} pris à Zurich*

Cet instrument, qui permet d'opérer sur des épures de 50 cm de hauteur et de longueur quelconque, est muni de 3 billes en verre qui transmettent leurs mouvements à 3 roulettes enregistreuses disposées de telle sorte que l'une d'elles donne la mesure des aires, et les 2 autres les moments M_2 et M_3 , ces 3 opérations s'effectuant *simultanément* lorsque l'on suit *une seule fois* avec le traçoir le contour de la courbe proposée. *modèles plus simples 500.^{fr} et 400.^{fr}*

(42) 10. **Intégraphe** construit par G. Coradi de Zurich d'après les indications de Mr. **Br. Abdank=Abakanowicz**. *Prix: Grand modèle 645.^{fr} petit 345.^{fr} pris à Paris*

Les planimètres, intégromètres et intégrateurs ne donnent que les résultats finaux des opérations qu'ils effectuent mécaniquement sur la surface limitée par une courbe donnée (dite courbe proposée), tandis que l'intégraphe système Abdank-Abakanowicz *trace en outre* une courbe, dite *courbe intégrale* de la proposée, qui illustre à chaque moment la marche de l'intégration.



En d'autres termes, si $y = f(x)$ est l'équation d'une courbe tracée, l'intégraphe décrira une seconde courbe qui, rapportée aux mêmes axes que la première, aura pour équation:

$$Y = \int y \, dx + C_1 = \int f(x) \, dx + C_1 = F(x) + C_1.$$

C_1 étant une constante qui dépend de l'instrument. Il est évident que l'on pourra obtenir de même la courbe intégrale de la courbe $Y = F(x) + C_1$.

Les applications des courbes intégrales et, par suite, de l'intégraphe, sont fort nombreuses; indépendamment des mesures d'aires et de moments statiques, on utilise leurs propriétés remarquables pour la résolution des problèmes de *construction navale*, pour le calcul des *remblais* et des *transports de terre*, pour le calcul des *efforts tranchants* et des *moments fléchissants* des poutres, pour l'étude de la *théorie des voûtes*, pour celle de nombreux *phénomènes électriques*, pour la détermination des *centres de gravité* des surfaces et des solides de révolution etc. . . .

On peut encore, à l'aide de l'intégraphe:

- 1°. Tracer un certain nombre de courbes importantes, telles que les paraboles de divers degrés et les exponentielles;
- 2°. Résoudre toutes les équations numériques.

Soit en effet $A_m x^m + A_{m-1} x^{m-1} + \dots + A_1 x + A_0 = 0$ (1)
une équation à coefficients numériques; considérons la courbe:

$$A_m x^m + A_{m-1} x^{m-1} + \dots = y \quad (2).$$

Les racines de (1) sont représentées par les abscisses des points d'intersection de (2) avec l'axe des x .

Dérivons (2) $m-1$ fois, on aura

$$\frac{d^{m-1} y}{dx^{m-1}} = m(m-1) \dots A_m x + (m-1)(m-2) \dots A_{m-1} \quad (3)$$

qui représente une droite que l'on construit.

On tracera alors le courbe intégrale de (3) en introduisant la constante disparue pendant la dérivation, puis, considérant cette courbe comme courbe proposée, on en tracera la courbe intégrale, et ainsi de suite.

Après $(m - 1)$ opérations, on tracera enfin la courbe (2) dont les points d'intersection avec l'axe des x donneront les valeurs des racines cherchées.

3°. Intégrer des équations différentielles explicites.

Soit, par exemple, $\frac{d^n y}{dx^n} = f^n(x)$, on construira la courbe $y = f^n(x)$, et on en tracera $n - 1$ courbes intégrales consécutives. On intégrera de même les équations :

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{f(x)}{\varphi(y)}$$

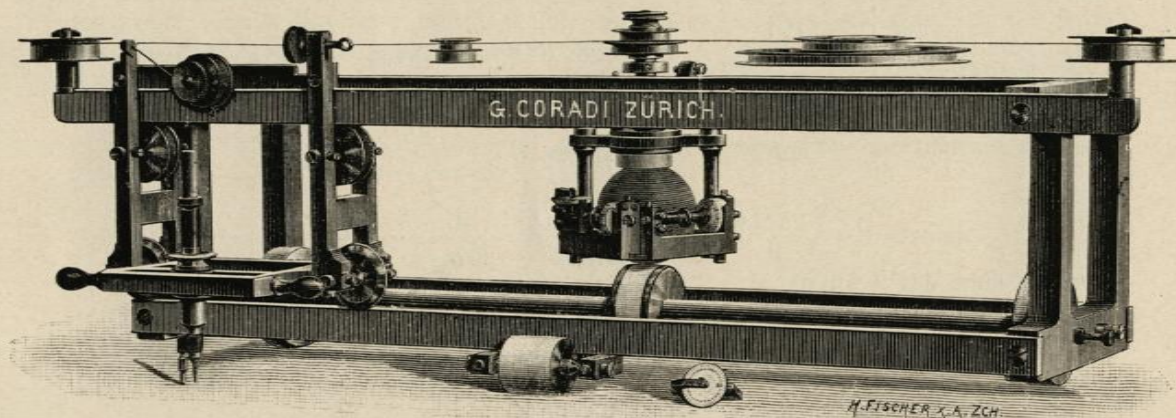
$$\frac{dy}{dx} = f(x) + \varphi(y).$$

Ces quelques exemples montrent tout le parti que l'on peut tirer de cet appareil; il ne peut, malheureusement, pas plus d'ailleurs que les autres intégrateurs ou intégromètres, servir de *dérivateur*.

On peut toutefois, à l'aide de l'intégraphe, *contrôler* la différentiation graphique exécutée sur une épure, et *vérifier* que cette opération, extrêmement délicate, n'a pas donné des résultats inacceptables.

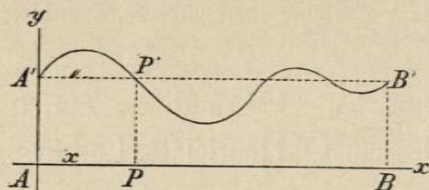
L'instrument dont il est parlé ci-après vient, dans une certaine mesure, combler cette lacune, et remplacer en partie un dérivateur encore à créer.

(48-50) 11. **Analysateur harmonique** construit par G. Coradi de Zurich d'après les indications de Mr. le professeur O. Henrici de Londres.



Cet instrument permet de résoudre le problème suivant, dont l'importance n'échappera à personne:

<i>Prix:</i>	<i>Avec 1 Appareil intégrant</i>	<i>625^{fr}</i>	} <i>pris à Zurich</i>
"	" 3 "	<i>1075^{fr}</i>	
"	" 5 "	<i>1500^{fr}</i>	



Trouver l'équation $y = f(x)$ d'une courbe tracée sur une épure, monodrôme pour les valeurs de x comprises entre $x = x_0$ et $x = x_1$.

Soit $A' P' B'$ la courbe donnée: on sait que l'arc $A' P' B'$ peut être représenté par une série de Fourier:

$$y = f(x) = \frac{1}{x_1 - x_0} \int_{x_0}^{x_1} y \, dx + \left\{ \begin{array}{l} A_1 \cos \theta + A_2 \cos 2 \theta + \dots A_n \cos n \theta \\ B_1 \sin \theta + B_2 \sin 2 \theta + \dots B_n \sin n \theta \end{array} \right\}$$

$$\text{Expression dans laquelle } \theta = \frac{2 \pi x}{x_1 - x_0}$$

Les termes $A_1, A_2 \dots A_n$

$B_1, B_2 \dots B_n$

sont de l'une des 2 formes:

$$A_n = \frac{2}{x_1 - x_0} \int_{x_0}^{x_1} y \cos n \theta \, dx$$

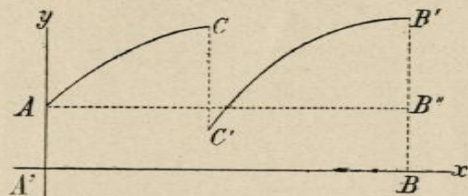
$$B_n = \frac{2}{x_1 - x_0} \int_{x_0}^{x_1} y \sin n \theta \, dx.$$

Mais on a, en intégrant par parties les intégrales indéfinies:

$$\frac{2}{x_1 - x_0} \int y \cos n \theta dx = \frac{1}{n\pi} y \sin n \theta - \frac{1}{n\pi} \int \sin n \theta dy;$$

$$\frac{2}{x_1 - x_0} \int y \sin n \theta dx = -\frac{1}{n\pi} y \cos n \theta + \frac{1}{n\pi} \int \cos n \theta dy.$$

Si maintenant on revient aux intégrales définies correspondant à An et à Bn , on remarquera que seules, les expressions qui contiennent le signe subsistent, car on peut toujours s'arranger pour que les valeurs limites de y soient égales en substituant, par



exemple, au contour $A C / C' B'$. le contour $A C C' B' B''$.

Les coefficients sont donc ramenés à l'une des formes:

$$An = -\frac{1}{n\pi} \int_{x_0}^{x_1} \sin n \theta dy$$

$$Bn = \frac{1}{n\pi} \int_{x_0}^{x_1} \cos n \theta dy$$

De même que les intégrateurs ordinaires donnent, comme nous l'avons vu, les valeurs des $\int_{x_0}^{x_1} y dx$ ou de $\int_{x_0}^{x_1} \frac{y^n}{n} dx$, de même l'Analyseur harmonique, qui

est un intégrateur spécial, donne directement les valeurs

$$A_1, 2 A_2, \dots, n A_n, B_1, 2 B_2, \dots, n B_n.$$

Le problème proposé se trouve donc résolu, et on peut ainsi analyser toutes sortes de courbes tracées, comme, par exemple, des diagrammes de Barographes, de thermométrographes, de sismographes, de dynamos, de machines à vapeur, etc.

Suivant les constructions et le prix des instruments, on obtient un plus ou moins grand nombre des termes A ou B de la série de Fourier (en général 6 à 10).

Zurich, 1^{er} Juin 1900.

Observation! Les numéros en parenthèses sont les Nos. de mon catalogue spécial.

Cabasson



29, Rue Joubert * PARIS * 29, Rue Joubert



Seul dépositaire pour la France des Instruments de
G. CORADI.

