

Die  
**Kugelplanimeter**

Beschreibung, Theorie und Anleitung zum  
Gebrauch und Prüfung derselben

von

**G. Coradi in Zürich**

1889

Mit 12 Figuren und einer Tabelle.

Preis: 1 Fr. 25 Cts. = 1 Mk. = 60 Kr. ö. W.

**ZÜRICH**

Druck von C. Aschmann, Stüssihofstatt 7

1889.

## ***Inhalt:***

| Verwort.                                                                                                                 | Seite |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| I. Beschreibung der Instrumente                                                                                          |       |
| a) das freischwebende Kugelplanimeter . . . . .                                                                          | 6     |
| b) das Kugelrollplanimeter . . . . .                                                                                     | 9     |
| II. Theorie                                                                                                              |       |
| a) das Kugelrollplanimeter . . . . .                                                                                     | 12    |
| b) das freischwebende Kugelplanimeter . . . . .                                                                          | 15    |
| III. Gebrauch der Planimeter . . . . .                                                                                   | 20    |
| IV. Prüfung der Planimeter . . . . .                                                                                     | 26    |
| V. Verwendung des freischwebenden Kugelplanimeters zum Bestimmen der<br>mittleren Höhe der Indikator-Diagramme . . . . . | 30    |
| VI. Genauigkeitsvergleichung verschiedener Planimeter . . . . .                                                          | 32    |
| VII. Tabelle für Benützung des Control-Lincals . . . . .                                                                 | 34    |

---

Nachdruck ohne Quellenangabe verboten.

Uebersetzungsrecht vorbehalten.

# Die Kugelplanimeter.



Beschreibung, Theorie und Anleitung zum  
Gebrauch und Prüfung derselben.





## Vorwort.

Die Bestrebungen zur Construction eines Präzisionsplanimeters, welche ich im Jahre 1880 auf Anregung und Vorschlag des Herrn F. Hohmann, damaligem Regierungs-Assessors in Speyer, jetzigem kgl. Bauamtmann und Vorstand des kgl. Strassen- und Flussbauamts in Bamberg begonnen habe, sind nunmehr mit der Construction des Kugelplanimeters endgültig abgeschlossen.

Dieses in zwei Formen als Polar- und als Linearplanimeter zur Ausführung gelangende Instrument kann als das Ideal eines Flächenmessers betrachtet werden: Die cylindrische Messrolle vollzieht **nur rollende** Bewegungen auf der Oberfläche eines exakt geschliffenen Kugelsegments; diese sind daher unabhängig sowohl von dem schädlichen Einfluss des Gleitens, als auch von dem Zustande des Papiers, auf welchem die zu messenden Figuren gezeichnet sind. Der Flächenwerth der Noniuseinheit ist so klein angenommen (10 bis 20 Mal kleiner als beim einfachen Polarplanimeter), dass auch die kleinsten Figuren mit genügender Genauigkeit gemessen werden können und der Fahrarm bei nur 2 qmm Noniuseinheit so lang ist, dass die grössten Figuren (beim Kugel-Rollplanimeter bis zu 50 cm Breite und beliebiger Länge) damit auf einmal umzogen werden können! Die Genauigkeit dieser Instrumente ist nur von der exakten Ausführung derselben, besonders des Cylinders und der Kugel abhängig, dieselbe ist grösser als jene Genauigkeit, mit welcher man eine Figur zeichnen und den Grenzen derselben mit dem Fahrstift folgen kann.

Hiebei muss aber vorausgesetzt werden, dass das Instrument richtig gehandhabt und im Stande gehalten werde, wesshalb ich die nachfolgende Anleitung dringend der Beachtung empfehle; denn nur ein solches Instrument wird gute Resultate liefern, dessen Besitzer sich Zeit und Mühe nimmt, sich mit dem Instrument vertraut zu machen und die Bedingungen der richtigen Bewegungen desselben kennen zu lernen. Wer sich diese Mühe nicht nehmen kann, der thut besser, sich ein einfaches Polarplanimeter zu wählen, welches ich ebenfalls in bester Construction und Ausführung liefere.

Allen Herren Vermessungstechnikern, welche mich durch praktische Vorschläge und Anregungen in meinem Streben unterstützt haben, spreche ich hiemit meinen besten Dank aus, insbesondere



aber dem Herrn Professor Lorber in Leoben für die Aufstellung der allgemeinen Theorie und Durchführung rationeller Genauigkeits-Untersuchungen, sowie allen jenen Herren, welche durch Veröffentlichung von Beschreibungen das Interesse für diese neuen Planimeter geweckt haben.

Ich erlaube mir nun noch, die über meine Planimeter erschienene Litteratur, soweit sie mir bekannt ist, namhaft zu machen:

- Zeitschrift für Vermessungs-Wesen, IX. Band 1881, Heft 3. (*Coradi.*)  
 Broschüre: Die Präzisionsplanimeter 1882. Erlangen. (*Hohmann.*)  
 Zeitschrift für Instrumentenkunde 1882. Heft 9 und 10. (*Prof. Lorber.*)  
 Zeitschrift für Vermessungswesen 1882. (*F. H. Reitz.*)  
 Zeitschrift des österreichischen Ingenieur- und Architekten-Vereins 1882.  
 (*Prof. Dr. Tinter.*)  
 Sitzungsberichte der kaiserlichen Academie der Wissenschaften. Wien 1882.  
 (*Kajaba.*)  
 Technische Blätter für das Königreich Böhmen. Prag 1882. (*Prof. Czuber.*)  
 do. do. do. 1884. *ders.*  
 Zeitschrift Oesterr. für Berg- und Hüttenwesen 1883. (*Prof. Lorber.*)  
 Zeitschrift für Vermessungs-Wesen 1884. Heft 1. *ders.*  
 Centralzeitung für Optik und Mechanik 1884. Nr. 7. (*G. Fischer.*)  
 Zeitschrift des österreichischen Ingenieur- und Architekten-Vereins 1884.  
 Heft 1. (*Ingen. F. Klein.*)  
 Broschüre von *Hohmann*, 1883, Erlangen (*A. Deichert*) mit einem Nach-  
 trag (das Rollplanimeter betreffend) 1884.  
 Zeitschrift des österreichischen Ingenieur- und Architektenvereins, IV. Heft  
 1884. (*Prof. Lorber.*)  
 Minutes of proceedings of the institution of Civil-Engineers Vol. LXXXII.  
 London 1885 by *H. S. Hele Shaw.*  
 Revue du Génie Militaire, 1888, Juillet-Août. Paris. (*G. de la Noë, Ltn.*  
*Colonel du Génie.*)  
 Tijdschrift for Kadaster en Landmeetkunde 1887, III. (*H. W. Paulussen.*)  
 Zeitschrift für Vermessungs-Wesen 1886, Heft 9, 10 u. 22. (*Ing. O. Fenner.*)  
 do. do. 1888. (*Prof. F. Lorber.*)  
 (Abhandlung über die neuen Kugelplanimeter.\*)  
 Technische Blätter, Prag 1888, II. (*Prof. Czuber.*)  
 Nuova Rivista Forestale, Firenze 1889, typogr. di S. Laudi. (*Professor*  
*F. Piccioli.*)  
 Broschüre von *J. J. Stambach*, Prof. am Technikum in Winterthur. Verlag  
 von C. Wittwer in Stuttgart 1889\*\*). (Separatabdruck aus d. schweiz.  
 Bauzeitung.)

Ausserdem sind die neuen Planimeter in den neuesten Auflagen der meisten Lehrbücher für Geodäsie aufgenommen worden, so in Jordan's „Handbuch der Vermessungskunde“, Bauernfeind's Elemente der Vermessungskunde“, E. Bohn's „Landmessung“, Brönnimann's „Katastermessung“ etc.

\*) Kann so lange vorrätig, von mir bezogen werden.

\*\*) Prof. Stambach leistet darin den überzeugenden Nachweis von der Verwendbarkeit des Planimeters zur Flächenberechnung für Katasterzwecke.

Das grosse Interesse, welches die neuen Planimeter in der gesammten Fachpresse gefunden haben, sowie die Thatsache, dass seit 1881 über 400 Stück dieser Instrumente in Gebrauch gekommen sind, beweisen zur Genüge, dass das Bedürfniss nach einem genauen, nicht zu kostspieligen und nicht zu complicirten Planimeter wirklich vorhanden ist.

Zürich, December 1888.

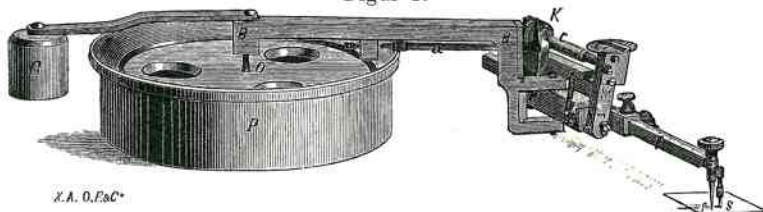
**G. Coradi.**

## I. Beschreibung der Instrumente.

### a. Das freischwebende Kugelplanimeter.

Das in Figur 1 in etwa  $\frac{1}{4}$  der natürlichen Grösse abgebildete Instrument\*) ruht mit der runden messingenen Polscheibe *P* auf dem Plan und berührt den letzteren ausserdem nur noch mit der kleinen Spitze *s* neben dem Fahrstift *f*. Drei kreisrunde Oeffnungen im

Figur 1.



Boden der Polscheibe dienen zum bequemen Anfassen derselben; der obere Rand von 16 cm Durchmesser ist mit einer feinen Verzahnung versehen. Genau im Centrum dieser Verzahnung, und von der Ebene derselben im Mittelpunkt geschnitten, sitzt die Stahlkugel *O* fest mit der Scheibe *P* verbunden; sie bildet den Pol oder die verticale Drehaxe, um welche das eigentliche Planimeter sich drehen lässt.

Dieses hat wie das Amsler'sche Planimeter zwei Arme, den Fahrarm *F* und den Polarm *BB*. Der letztere hat am linken Ende unten das über die Kugel *O* passende Gesenke, welches demselben freie Beweglichkeit nach allen Richtungen um die Kugel als Centrum gestattet; auf der oberen Seite ist ein Arm mit dem Gewichte *G* so angeschraubt, dass durch dasselbe nicht nur das auf der rechten Seite des Planimeters befindliche Uebergewicht, sondern auch das Gewicht des Fahrarmes durch die Stellung des Gewichtes *G* so ausgeglichen werden kann, dass das Uebergewicht immer auf der Seite des Fahrstifts ist.

Der Polarm trägt ferner die Axe *a*, welche rechts in einem cylindrischen Lager in gehärteter Stahlplatte, links mit feiner gehärteter Stahlspitze in einer Körnerschraube läuft. Am linken Ende der Axe *a* befindet sich ein fein gezahntes Rädchen, welches in die Verzahnung der Polscheibe eingreift, in welche es durch das Uebergewicht des Instruments leicht eingedrückt wird. — Ausserhalb des Lagers auf der rechten Seite endigt die Axe *a* in einem schwach conischen Zapfen, auf welchen das genau sphärisch geschliffene, aus

\*) Zur leichteren Erklärung denke man sich die Unterlage der Instrumente als eine horizontale Ebene.



hartem Messing bestehende und vernickelte Kugelsegment  $K$  centrisch festgesteckt ist. Unterhalb des Kugelsegments bildet der Polarm einen Bügel, in welchem zwischen Spitzen die Drehaxe des Fahrarmes eingelagert ist. Die im Polarm befindlichen Körner dieser Axe liegen mit der Axe  $a$  und der Polaxe  $O$  in einer und derselben Vertikalebene. Die Fahrarm-Axe bildet mit der Axe  $a$  einen rechten Winkel; sie ist in einer Hülse befestigt, in welcher sich der aus vierkantigem Messingrohr bestehende vernickelte Fahrarm von 30 cm Länge verschieben und mittelst zwei Druckschrauben feststellen lässt. Die Vertikalebene, welche man sich durch die Drehaxe des Fahrarmes und die Fahrstiftspitze gelegt denkt, ist parallel mit dem mechanischen Fahrarm, und wird der mathematische Fahrarm genannt, dessen Länge durch den Abstand der Fahrarmaxe von der Fahrstiftspitze bestimmt ist.

Auf der obern Seite des Fahrarmes ist eine Theilung in  $\frac{1}{2}$  mm und an der Fahrarmhülse ein Nonius angebracht, mittelst dessen man die Fahrarmlänge bis auf ein  $\frac{1}{20}$  mm direkt einstellen kann; zur feinen Einstellung dient eine kürzere Hülse, welche durch eine Mikrometerschraube mit der Fahrarmhülse verbunden ist. Der Rahmen  $M$ , welcher die cylindrische Messrolle trägt, ist zwischen Spitzenschrauben an der Fahrarmhülse so eingehängt, dass derselbe sich um eine zum Fahrarm parallele Axe so viel drehen lässt, als zur steten Berührung der Messrolle mit dem Kugelsegment nöthig ist; die dem Fahrstift zugekehrte Körnerspitze ist in einem Stahlplättchen eingelagert, welches sich vermittelt zwei darauf wirkender Druckschrauben in einem Schlitz der Fahrarmhülse verschieben lässt, um die Messrollenaxe vollkommen parallel zum mathematischen Fahrarm stellen zu können.

Die Messrolle  $C$  ist ein hohler Cylinder aus hartem Metall, in welchem an beiden Enden zwei harte, fein ausgearbeitete Stahlspitzen eingeschraubt sind, welche in Körnerschrauben laufen, die im Rahmen  $M$  eingeschraubt sind; die Verbindungslinie dieser Körner resp. die Axe der Messrolle ist in beiden Projektionen genau parallel zum Fahrarm. Der Cylinder der Messrolle ist mit grösster Genauigkeit bearbeitet. Am vordern Ende der Messrolle ist der Theilkreis aus weissem Celluloid befestigt, welcher in 100 Theile direkt, mittelst Nonius in 1000 Theile getheilt ist. Das andere Ende der Messrolle bildet ein Schneckengewinde, welches in ein Zählrad eingreift und dieses bei jeder Umdrehung um einen Zahn weiter dreht. Das Zählrad hat 20 Zähne, die Zählscheibe desselben ist

dementsprechend in 20 Theile eingetheilt. Ist das Instrument zum Messen grosser Figuren bestimmt (Pol innerhalb der Figur) so wird ein doppeltes Zahnrad (Differenzial-Zählrad) angewendet, von welchen das eine 20, das andere 21 Zähne hat. Die Zähscheibe erhält dann zwei Theilungen, von denen die äussere in 20 Intervale getheilt ist und an dem feststehenden Zeiger die einzelnen Umdrehungen der Messrolle angibt, während die innere Theilung in 21 Theile ausgeführt ist, welche mittelst eines Zeigers, der an der Axe des 21er Zahnrades befestigt ist, die einzelnen Umdrehungen der Zähscheibe angibt (also ein Theil der innern Theilung ist 20 Umdrehungen der Messrolle). — Eine kleine Spiralfeder, die einerseits an der Fahrarmhülse, anderseits am Rahmen  $M$  eingehängt ist, zieht die Messrolle mit leichtem Druck gegen die Fläche des Kugelsegments, so dass die Messrolle in steter Berührung mit der Fläche des Kugelsegments bleibt und von derselben in Umdrehung gesetzt wird. Neben dem Fahrstift  $F$  ist die kleine um  $F$  drehbare Stütze  $s$  angebracht, welche so gestellt werden kann, dass die Fahrstiftspitze knapp über dem Papier schwebt, ohne letzteres zu berühren.

Bewegt man das ganze Instrument um die Axe  $O$ , indem man es am Knopf des Fahrstifts anfasst, so dreht sich die Axe  $a$  und mit ihr das auf dieselbe aufgesteckte Kugelsegment, welches seine Bewegung voll und ganz dem Cylinder  $C$  der Messrolle mittheilt und zwar im Verhältniss des Abstandes des Berührungspunktes von der Drehaxe  $a$  (oder im Verhältniss des Halbmessers des Berührungskreises). — Dreht man bei stillstehendem Polarm den Fahrarm um seine Drehaxe, so bleibt das Kugelsegment still stehen und der Cylinder wälzt sich auf dem grössten Horizontalkreise\*) der Kugel, wodurch nur der Halbmesser des Berührungskreises verändert wird.

Diese Construction wird in zwei Grössen ausgeführt: Der Fahrarm des grossen Instruments ist 30 cm, der Polarm 16 cm lang (vom Drehpunkt  $O$  bis zur Fahrarmaxe). Der Durchmesser des Theilkreises der Verzahnung auf der Polscheibe ist 16 cm. Beim kleineren Instrument ist der Fahrarm 20 cm, Polarm 13 cm und

---

\*) Streng genommen trifft dies nicht zu, da in Folge der durch die Fahrarmbewegung entstehenden Kreisbewegung des Messrollenrahmens um die horizontale und zum Fahrarm parallele Axe desselben, die Berührungslinie auf der Kugelfläche in seitlicher Projektion keine gerade Linie ist. Die Bewegungen der Messrolle sind aber in Folge der in beiden Projektionen stets parallelen Lage derselben zum Fahrarm stets gleich gross, als wenn obige Annahme streng richtig wäre, wesshalb dieselbe der Einfachheit halber im Nachfolgenden immer beibehalten wird.

der Polscheibendurchmesser 13 cm. Die Winkelbewegung des Fahrarmes beträgt bei beiden Instrumenten ca. 90°.

Der Flächenwerth bei der längsten Fahrarmstellung ist beim grossen Instrument: 2 □ mm, beim kleinen: 1,28 □ mm (1,28 mm = 8 □ m bei  $\frac{1}{2500}$ ); bei der kürzesten Fahrarmstellung ist dieser Werth beim grossen Instrument: 0,5 □ mm, beim kleinen: 0,4 □ mm; Bei der längsten Fahrarmstellung können mit dem Fahrstift des grossen Instruments Flächen bis zu 18 cm Breite und 25 cm Höhe und bis zu 16 cm Breite und 20 cm Höhe mit dem Fahrstift des kleinen Instruments auf einmal umzogen werden. Bei der kürzesten Fahrarmstellung sind die grössten noch auf einmal mit dem Fahrstift umfahrbaren Flächen 6 cm Breite und 10 cm Höhe, bezw. 5 cm Breite und 8 cm Höhe.

Da bei dem freischwebenden Planimeter nur der Fahrstift sich auf dem Papier des zu messenden Planes bewegt, alle anderen beweglichen Theile, und namentlich die Messrolle, mit dem letzteren gar nicht in Berührung kommen, somit von der Beschaffenheit des Papiers unabhängig sind, so eignet sich diese Planimeterconstruction wie keine andere, sowohl zur genauen Flächenbestimmung auf ebenen Plänen, als auch auf solchen, welche auf Leinwand aufgezogen, steif und faltig sind, oder deren Papier sonst keine annähernd ebene Fläche bildet.

Will man das Instrument von einem Platz zum andern bringen, so fasst man mit der linken Hand das Gewicht *P*, mit der rechten den Fahrarm. Auf dem Plan kann es auch durch Schieben versetzt werden.

#### b. Das Kugelrollplanimeter.

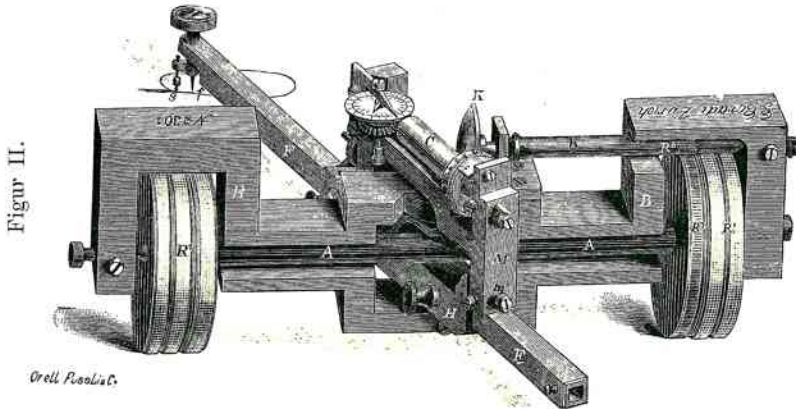
Die Construction dieses Instruments ist aus den Abbildungen Fig. II ( $\frac{1}{2}$  Grösse des grossen Planimeters) und Fig. III ( $\frac{1}{2}$  Grösse des kleinen Rollplanimeters) ersichtlich, welche dasselbe in verschiedenen Ansichten darstellen.

Während das unter *a* beschriebene Planimeter sich um einen Punkt (Pol) dreht und deshalb Polarplanimeter genannt werden kann, bewegt sich das Rollplanimeter wie ein Wagen in gerader Linie fort und ist deshalb ein Linearplanimeter. In dem Gestell *B* ist mit fein ausgearbeiteten gehärteten Stahlspitzen die Axe *a* in zwei Kornerschrauben eingelagert, die im Gestell *B* ihr Gewinde haben. Mit der Axe *a* sind fest verbunden die beiden Cylinder *R*, welche von genau gleichem Durchmesser, centrisch zur Axe *a* abgedreht und an



ihrem Umfang mit einer punkartigen Riffelung versehen (rauh gemacht) sind.

Der eine dieser Cylinder ist mit einer feinen Verzahnung versehen, in welche das an der Axe  $b$  befestigte Zahnradchen  $R^3$  ein-



greift. In der Zeichnung sind die Lager der Axe  $b$  fest mit dem Gestell  $B$  verbunden und es musste bei den ersten Instrumenten dieser Art der richtige Eingriff der beiden Zahnräder dadurch erzielt werden, dass das eine in einer verschiebbaren Stahlplatte befindliche Lager der Axe  $A$  mittelst einer Correctionsschraube dem Rädchen  $R^3$  genähert oder entfernt wurde. Damit der Eingriff des Rädchens  $R^3$  automatisch erfolge, ist jetzt die Axe  $B$  in einem Rahmen eingelagert, welcher um eine horizontale, zwischen Spitzenschrauben gehende Axe beweglich ist; eine Spiralfeder, die einerseits mit dem Rahmen, anderseits an der Körnerschraube der Axe  $A$  eingehängt ist, zieht den Rahmen soweit abwärts, dass die beiden Räder stets richtig ineinander eingreifen; die Axe  $b$  läuft einerseits mit einer fein ausgearbeiteten gehärteten Spitze in einer Körnerschraube, anderseits in einem konischen Halslager in gehärteter Stahlplatte. Ausserhalb des Halslagers ist das Kugelsegment  $K$  auf die Axe  $b$  fest aufgesteckt, wie beim freischwebenden Planimeter.

Die Axen  $A$  und  $b$  sind parallel zu einander und liegen in der gleichen Vertikalebene. In dieser Ebene ist in der Mitte des Gestelles  $B$  die vertikale Drehaxe des Fahrarmes  $F$  angebracht, bestehend aus zwei Stahlschrauben, deren gehärtete Spitzen in zwei Körner eingreifen, die in der Fahrarmhülse  $H$  so eingebohrt sind, dass ihre Verbindungslinie (also die Fahrarmaxe) vertikal steht zum Fahrarm und die durch dieselbe und die Fahrstiftspitze  $f$  gelegte Ebene parallel zum mechanischen Fahrarm steht. Letzterer besteht aus einem vierkantigen hohlen Messingstab, der in  $\frac{1}{2}$  mm eingetheilt

und vernickelt ist. Die Einrichtung des Fahrarmes, der Hülse  $H$  und des Rahmens  $M$  mit der Messrolle ist gleich wie beim freischwebenden Planimeter.

Bewegt man nun das Instrument, indem man es am Knopf des Fahrstifts umfasst, so drehen sich die beiden Cylinder  $R$  um die Axe  $A$  und geben dem Gestell  $B$  ohne Weiteres eine geradlinige Führung auf dem Plan. Die Bewegung der Cylinder wird durch das Rädchen  $R_3$  und die Axe  $b$  dem Kugelsegment eingetheilt und dieses wiederum theilt seine Bewegung voll und ganz dem Cylinder  $C$  mit, und zwar im Verhältniss des Halbmessers des (verticalen) Berührungskreises. Dreht man bei stillstehendem Wagen den Fahrarm um seine Axe, so bleibt das Kugelsegment still stehen und der Cylinder wälzt sich auf dem grössten Horizontalkreise der Kugel, wodurch nur der Halbmesser des Berührungskreises geändert wird.

Die Rollplanimeter werden in zwei Grössen ausgeführt: das grosse Instrument hat 16 cm, das kleine 12½ cm Walzenlänge, der Fahrarm des grossen ist 30 cm, des kleinen 24 cm. beiden wird auf Wunsch eine ansteckbare Verlängerung bis 50 cm. resp. 40 cm beigegeben. Der Flächenwerth einer Nonius-Einheit ist beim grossen Rollplanimeter bei circa 50 cm Fahrarmlänge 2 □ mm, bei ca. 10 cm 0,4 □ mm, beim kleinen ist dieser Werth bei 40 cm Fahrarmlänge 1,6 □ mm und bei 5 cm 0,2 □ mm.

Die Flächen, welche mit dem Fahrstift dieser Planimeter auf einmal umzogen werden können, sind sehr gross, in der Bewegungsrichtung des Wagens können dieselben beliebig lang sein und die Breite kann bis zur Länge des eingestellten Fahrarms anwachsen. Bei 50 cm Fahrarmlänge kann also eine Fläche von beliebiger Länge und bis 50 cm Breite auf einmal mit dem Fahrstift umzogen werden.

Diese Planimeter geben vermöge des geringen Flächenwerthes der Noniuseinheit auf ebenen Plänen, kleine und grosse Flächen mit grösserer Genauigkeit an, als irgend ein anderes Planimeter. Da die Walzen, welche allein, ausser dem Fahrstift, mit dem Papier des Planes in Berührung kommen, nur rollende Bewegungen ausführen und diese, sowie das ganze Instrument ein grosses Eigengewicht haben, so sind die Resultate von der Beschaffenheit des Planes sehr wenig abhängig und es kann auch auf nicht ganz ebenen aber schraff aufgespannten Plänen, bei vorschriftsmässiger Behandlung die gleiche Genauigkeit erzielt werden, wie mit dem freischwebenden Planimeter. Dagegen ist die Führung leichter, die



Handhabung und Aufstellung zur Figur einfacher und bequemer als bei dem Letzteren, da die geradlinige Bewegung dieses Instruments, der in der Natur vorkommenden Begrenzung der Grundstücke eher angepasst ist, als die Kreisbewegungen des Polarplanimeters.

Will man das Instrument von einem Platz zum andern bringen, so fasst man es mit beiden Händen am Gestell *B* links und rechts, hebt es in die Höhe und setzt es an seinem bestimmten Orte vorsichtig wieder ab. Würde man dasselbe auf dem Plan, ohne es zu heben, seitlich verschieben, so würde sich mit der Zeit die rauhe Oberfläche der Walzen glätten und die sichere Geradföhrung des Instruments darunter leiden.

---

## II. Theorie.

### a) Das Kugelrollplanimeter.

Die nachfolgende Theorie dürfte zum bessern Verständniss der Construction beitragen und verdient es ihrer Kürze und ganz elementaren Ableitung wegen von jedem Besitzer eines Kugelplanimeters durchgelesen zu werden. Wer sich für eine strenge Theorie interessirt, dem sei die vortreffliche Abhandlung des Herrn Professor Lorber in Leoben (Zeitschrift für Vermessungswesen Bd. XVII 1888 Heft 6) bestens empfohlen.

Die mathematischen Bedingungen der Construction, welche von der Theorie als erfüllt vorausgesetzt werden, sind: die Axe der Laufwalze *A*, die Kugelaxe *a* und die Drehaxe des Fahrarms sollen in einer und derselben Verticalebene liegen, die Drehaxe des Fahrarms soll auf der Zeichnungsebene und dem Fahrarm senkrecht, und die Axe der Messrolle zu den beiden Letzteren parallel sei. Die Messrollenaxe und die Kugelaxe sollen (nur aus praktischen Gründen) in der gleichen Horizontalebene liegen. Dass die Kugel genau sphärisch, der Cylinder genau gerade und cylindrisch geschliffen, Laufwalze, Kugelaxe, Messrolle und Theilkreis centrisch hergestellt sein müssen, ist ohne Weiteres klar. — Physikalische Bedingungen sind, dass die Laufwalze und Kugelaxe sich leicht, jedoch ohne merklichen Spielraum bewegen und dass die Reibung der Messrolle in ihren Körnern möglichst nahe Null sei. Letztere Bedingung ist sofort klar, wenn man bedenkt, dass der Effekt dieser Reibung der

wirklichen Vor- und Rückwärtsbewegung der Messrolle, nicht aber der Fläche proportional sein kann. Man könnte z. B. die Reibung der Messrolle durch Anziehen der Körnerschrauben so vergrössern, dass sie sich gar nicht drehen würde, gleichviel wie gross die Fläche ist, welche man umfährt. Ferner muss vorausgesetzt werden, dass zwischen Kugel und Cylinder kein fremder Körper (Staub, Unreinigkeit) sitzt, da sich durch denselben die Berührungsstelle auf der Kugel verändert. Da der Messcylinder sich in beiden Richtungen auf der Kugel wälzt und nicht (wie bei dem Scheibenplanimeter) gleitet, so wird ein zwischen Kugel und Cylinder befindlicher fremder Körper von dem letztern nicht selbst weggeschoben, sondern diese beiden Hauptorgane müssen von Zeit zu Zeit von Staub etc. gereinigt werden.

Bewegt man das Instrument auf der Zeichnungsebene vorwärts, so beschreibt die Drehaxe des Fahrarms (auf diese Ebene verlängert gedacht) eine gerade Linie; steht der Fahrarm rechtwinklig zur Axe  $A$  der beiden Laufwalzen  $R' R'$ , so steht auch die Fahrstiftspitze auf dieser Linie, welche „Grundlinie“ genannt werde. Der Cylinder  $C$  berührt dann die Kugel in der Verlängerung ihrer Dreh-Axe oder in ihrem Pol, es findet also bei der Befahrung der Grundlinie keine Drehung der Messrolle statt. Wird der Fahrarm bei stillstehendem Wagen um seine Axe gedreht, so entstehen hierdurch wohl kleine Drehungen der Messrolle, die sich aber beim Umfahren einer geschlossenen Figur gegenseitig aufheben, somit ohne Einfluss auf die Flächenmessung sind. Es müsste somit, um die Richtigkeit der Construction zu beweisen, gezeigt werden, dass bei Befahrung der Strecke  $B D$  (Fig. IV) die Abwicklung der Messrolle, multipliziert mit einer von den Dimensionen des Instruments abhängigen Constanten, gleich sei der Fläche des Rechtecks  $A B D E$ , dessen eine Seite  $E A$  mit der Grundlinie zusammenfällt; diese Fläche ist  $A B \times B D = x y$ . Bewegt sich der Fahrstift von  $B$  nach  $D$  also um die Grösse  $x$ , so bewegt sich auch ein Punkt am Umfang der Laufwalzen  $R'$  um  $x$  und ebenso ein Punkt am Umfang des Rädchens  $R$ , ein Punkt  $b$  des Berührungskreises der Kugel vom Halbmesser  $a b$  um die Grösse  $\frac{x, a b}{R}$ . Setzen wir die Bewegung

eines Punktes des Berührungskreises gleich der Abwicklung der Messrolle gleich  $W$ , so ist:

$$W = \frac{x, a b}{R} \dots (1)$$

aus der Aehnlichkeit der beiden Dreiecke  $a b c$  und  $A B C$  folgt;





Setzt man  $U$  gleich dem Umfang der Messrolle,  $\frac{W}{U} = 1 = f$  gleich dem Flächenwerth einer Umdrehung derselben;  $n$  gleich der Anzahl Umdrehungen der Messrolle (Differenz der Ablesungen) und  $J$  gleich dem Inhalt der umzogenen Figur, so ist:  $f = \frac{F R U}{K}$  und

$$J = n f \dots (3).$$

Würde der Fahrstift statt auf der Linie  $EA$  (welche mit der Grundlinie  $XX$  zusammenfällt und keine Umdrehungen der Messrolle bewirkt) auf der Linie  $GH$  geführt, so dass die umzogene Fläche  $B D G H$  rechts von der Grundlinie liegt, so ist nach obiger Beweisführung die Abwicklung der Messrolle gleich der Fläche  $A H G E$ . — Da aber diese Abwicklung in rückläufiger Bewegung erfolgt, so subtrahirt sich dieselbe von derjenigen, welche bei Befahrung von  $BD$  erfolgt ist und es bleibt eine der wirklich umzogenen Fläche  $B D G H$  proportionale Abwicklung der Messrolle als Endresultat übrig.

Wird die Fläche  $B D J L$  umfahren, welche zu beiden Seiten der Grundlinie liegt, so ist beim Befahren der Linie  $JL$  die Rollenabwicklung wiederum gleich der Fläche  $J L A E$  und diese wird, weil hiebei der Berührungspunkt des Messcyinders auf die andere Seite der Kugel rückt, positiv, also zur Abwicklung von  $BD$  addirt und als Endresultat eine der Fläche  $B D J L$  proportionale Abwicklung an der Rolle erhalten.

Stellt man sich die 3 Rechtecke unendlich schmal vor, so kann jede beliebig begrenzte Figur in solche Rechtecke zerlegt gedacht werden; es gilt somit obiger Beweis auch für beliebig begrenzte Figuren.

### b. Theorie des Kugelpolarplanimeters.

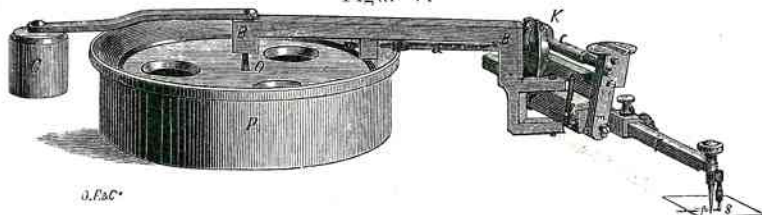
Die mathematischen und physikalischen Constructions-Bedingungen sind bei diesem Instrument beziehungsweise die gleichen wie beim Kugelrollplanimeter. Bewegt man das Instrument im Kreise um den Pol  $O$ , so wird das Rädchen  $R$  auf der Verzahnung der Polscheibe  $P$  ruhend, in Umdrehung versetzt, welche sich dem auf gleicher Axe steckenden Kugelsegment und dem dasselbe berührenden Cylinder mittheilt und zwar im Verhältniss des Abstandes des Berührungspunktes von der Kugelaxe. Der Fahrarm  $CF$ , Fig. VI stehe rechtwinklig zum Polarm  $OC$ , also in  $F$  und es werde in dieser Stellung der beiden Arme zu einander ein Kreis um den Pol beschrieben, so entsteht keine Drehung des Cylinders, obwohl das



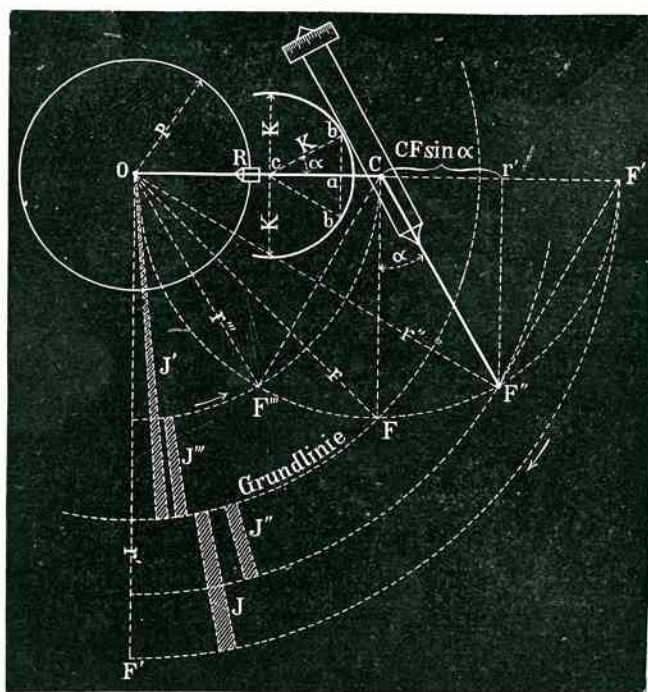
Kugelsegment sich bewegt, weil der Abstand von der Kugelaxe gleich Null ist, d. h. der Cylinder berührt die Kugel in ihrem Pol.

Der vom Fahrstift in dieser Stellung beschriebene Kreis heiße die Grundlinie oder Grundkreis und die Stellung der beiden Arme die Grundstellung.

Figur V.



Figur VI.



Es werde der Polarm  $OC$  mit  $x$   
 der Fahrarm  $CF$  mit  $y$   
 der Halbmesser der Polscheibe mit  $P$   
 der Halbmesser des Rädchens  $R$  mit  $R$   
 „ „ des Kugelsegments mit  $K$   
 der Umfang der Messrolle mit  $U$  bezeichnet.

Die Fläche des Grundkreises ist  $r^2 \pi$ , oder nach dem Pythagoräischen Lehrsatz  $x^2 + y^2 \pi$ . Bildet der Fahrarm mit seiner Grundstellung einen Winkel  $\alpha$  und der Fahrstift beschreibe in dieser Stellung einen Kreis um den Pol, so ist die von diesem Kreis und der Grundlinie eingeschlossene Kreisringfläche *ausserhalb* der Grundfläche:  $r'^2 - r^2 \pi$ , nun ist

$$r'^2 = (x + y \sin \alpha)^2 + y^2 - (y \sin \alpha)^2 \text{ daher:}$$

$$r'^2 - r^2 \pi = (x + y \sin \alpha)^2 + y^2 - (y \sin \alpha)^2 - (x^2 + y^2) \pi =$$

$$2 x y \sin \alpha \pi. \quad (3)$$

und die betreffende Kreisringfläche *innerhalb* der Grundfläche, wenn der Fahrstift sich in  $F'''$  befindet ist  $r^2 - r''^2 \pi$ .

$$r''^2 = (x - y \sin \alpha)^2 + y^2 - (y \sin \alpha)^2 \text{ daher:}$$

$$r^2 - r''^2 \pi = x^2 + y^2 - [(x - y \sin \alpha)^2 + y^2 - (y \sin \alpha)^2] \pi =$$

$$2 x y \sin \alpha \pi \quad (4).$$

Gleichung 3 und 4 heisst in Worten ausgedrückt: Die Kreisringfläche, welche zwischen einem vom Fahrstift in einer beliebigen Winkelstellung des Fahrarmes beschriebenen Kreis und dem Grundkreis liegt, ist gleich einem Rechteck, dessen Grundlinie gleich ist der Länge des Bogens, den die Drehaxe des Fahrarmes beschreibt und dessen Höhe gleich ist dem senkrechten Abstand des Fahrstifts von der Grundstellung des Fahrarmes.

Wird nun eine Fläche  $J$  gleich dem  $m$ ten Theil der ganzen Ringfläche mit dem Fahrstift umzogen, so erfolgt beim Befahren der Grundlinie keine Drehung der Messrolle; die Drehungen, welche beim Befahren der beiden Radien erfolgen, heben sich gegenseitig auf, weil gleich, aber entgegengesetzter Richtung. Es müsste also bewiesen werden, dass bei Durchfahung des  $m$ ten Theils des Kreisbogens die Abwicklung gleich sei dem  $m$ ten Theil des in Gleichung 3 und 4 gefundenen Ausdrucks für die ganze Ringfläche, multiplicirt mit einer von den Dimensionen des Instruments abhängigen Constanten. Bewegt sich der Fahrstift um den  $m$ ten Theil eines Kreises,

so bewegt sich die Drehaxe  $C$  des Fahrarmes um  $\frac{2 x \pi}{m}$  und ein

Punkt am Umfang des Rädchens  $R$  auf der Polscheibe  $P$  um  $\frac{2 x P}{m x} \pi$ ;

die Messrolle berührt hiebei die Kugel in dem Abstand  $a b$  von der Kugelaxe; ein Punkt des Berührungskreises wird sich also um

$\frac{2 x P a b}{m x R}$  vorwärts bewegen. Setzt man die Bewegung eines Punktes

des Berührungskreises gleich der Abwicklung  $W$  der Messrolle, so folgt:

$$W = \frac{2 x P. a b}{m x R} \pi \quad (5)$$

nun folgt aus der Aehnlichkeit der betreffenden Dreiecke

$$\frac{a b}{K} = \frac{y \sin \alpha}{y} \text{ daher:}$$

$$a b = \frac{y \sin \alpha K}{y}$$

setzt man diesen Werth für  $a b$  in Gleichung 5, so wird erhalten:

$$W = \frac{2 x y \sin \alpha P K}{m x y R} \pi \quad (6)$$

woraus:

$$\frac{2 x y \sin \alpha}{m} \pi = \frac{W x y R}{P K} \quad (7)$$

Die linke Seite dieser Gleichung ist nun nach Gleichung 3 und 4 nichts anderes als der vom Fahrstift umzogene  $m$ te Theil der Kreisringfläche; während die rechte Seite ausser  $W$  nur konstante Dimensionen des Instruments enthält, womit der verlangte Beweis geleistet ist.

Setzt man  $\frac{W}{U} = 1$  gleich dem Flächenwerth einer Rollenumdrehung und bezeichnet denselben mit  $f$  so ist

$$f = \frac{x y R. U}{P K} \quad (8)$$

bezeichnet man ferner mit  $n$  die Anzahl Rollenumdrehungen (Differenz der Ablesungen) welche bei Befahrung der Fläche  $J$  erhalten werden, so ist:

$$J = n f \quad (9)$$

Sind die Flächen nicht (wie bis jetzt angenommen wurde) einerseits vom *Grundkreis* begrenzt, sondern von einem Kreisbogen, der innerhalb oder ausserhalb desselben liegt, so findet beim Befahren dieses Kreisbogens mit dem Fahrstift der gleiche Vorgang statt, wie er beim Kugelrollplanimeter erklärt wurde und es ergeben sich auch die gleichen Schlussfolgerungen.

Denkt man sich  $m$  unendlich gross, also die schraffirten Flächen  $J J' J'' J'''$  als unendlich schmale Trapeze, so kann man sich jede beliebig begrenzte Figur in solche Trapeze zerlegt denken. Der für das einzelne Trapez gefundene Beweis gilt dann auch für die Summe derselben.



Wird das Instrument in der Weise zur Flächenmessung verwendet, dass der Pol desselben innerhalb der zu messenden Fläche steht, so dass also der Polarm bei jeder Befahrung einer Figur eine volle Umdrehung ausführt, so hat man zu bedenken, dass bei Befahrung des Grundkreises keine Abwicklung der Messrolle entsteht, während der Fahrstift die Fläche des Grundkreises umzogen hat; da man nun aber die vom Fahrstift umzogene Fläche messen will, so muss an Stelle der für die Fläche des Grundkreises geltenden Abwicklung eine Constante  $C$  gesetzt werden.

Nun sind, wie wir gesehen haben, die Abwicklungen der Rolle proportional derjenigen Fläche, welche zwischen dem Grundkreis und dem vom Fahrstift beschriebenen Kreise liegt, man braucht deshalb nur die bei der Umfahrung erhaltenen Abwicklungen von der Constanten unter Berücksichtigung der Vorzeichen zu subtrahiren, um den Inhalt  $J$  der umfahrenen Fläche zu erhalten.

Wird der Fahrstift bei dieser Verwendungsart des Instruments immer in der entgegengesetzten Richtung des Uhrzeigers bewegt, so entsteht bei Befahrung einer Fläche, welche  grösser ist als die Fläche des Grundkreises, eine Rückwärtsbewegung der Messrolle; die Ablesung  $n$  erhält also ein negatives Vorzeichen und muss zu  $C$  addirt werden; ist dagegen die Fläche kleiner als die Grundfläche, so bewegt sich die Messrolle vorwärts, ihre Angabe muss also von  $C$  subtrahirt werden.

Gleichung 9 lautet also für „Pol innen“

$$J = (C - n) f \quad (10)$$

Jeder Irrthum bezüglich der Vorzeichen wird hiebei ausgeschlossen, wenn die von Herrn Prof. Lorber angegebene Regel befolgt und  $n$  zerlegt wird in die erste Ablesung  $L_1$  und in die zweite Ablesung  $L_2$ ; man hat dann in jedem Falle die richtige Fläche, wenn man die erste Ablesung zur Constanten addirt, die zweite Ablesung subtrahirt und den Rest mit  $f$  multiplicirt, so dass Gleichung 10 lautet:

$$J = (C + L_1 - L_2) f \quad (11)$$

Zur Ermittlung der Constanten  $C$  aus bekannten Flächen habe ich eine Vorrichtung\*) construiert, welche gestattet, Kreise von bekanntem Radius (zwischen 10 cm und 35 cm) um den Pol zu beschreiben; man kann dann  $C$  nach der Gleichung:

$$C = \frac{J}{f} + L_1 - L_2 \quad (12)$$

bestimmen. Für Gleichung 10, 11 und 12 ist die dem Uhrzeiger entgegengesetzte Umfahrungsrichtung  vorausgesetzt.

\*) Preis: 20 Fr.



### III. Gebrauch der Planimeter.

Das Etui zur Aufbewahrung der Planimeter wird vor der Versendung des Instruments mit Polster aus weichem Seidenpapier ausgefüllt, zur Milderung der auf dem Transport entstehenden Stöße etc., ebenso ist die Kugel mit einer Lederkappe überzogen und der Rahmen der Messrolle mit einer Schnur festgebunden, damit Cylinder und Kugel sich nicht gegenseitig beschädigen können. Ist die Versendung im Winter geschehen, so lässt man das Instrument im Etui stehen, bis der durch die wärmere Temperatur etwa entstandene Niederschlag sich verflüchtigt hat. Sodann entfernt man die Polster und Schnüre, fasst das Instrument an Fahrarm und Polarm oder beim Rollplanimeter am Gestell *B* an, setzt es vorsichtig auf den Tisch und unterzieht dasselbe, namentlich Kugel- und Cylinderfläche einer gründlichen Reinigung mit dem beigegebenen Staubpinsel. Die Lederkappe zieht man immer über die Kugel, wenn das Instrument nicht gebraucht, oder eine Correction an demselben vorgenommen wird.

Die Anwendung dieser Planimeter ist im Allgemeinen gleich wie die des einfachen Polarplanimeters, dessen Gebrauch als bekannt vorausgesetzt wird.

Man merke sich, wenn man gute Resultate erzielen will, vor Allem folgende

#### **allgemeine Regeln:**

1. Den Anfangspunkt der Umfahrung einer Figur wähle man immer so, dass der Fahrstift annähernd auf der „Grundlinie“ steht; dass also der Fahrarm mit dem Polarm (bezw. mit der Laufwalze) einen rechten Winkel bildet, weil nur in dieser Stellung derjenige Fehler verschwindet, welcher daraus entsteht, dass die Fahrstiftspitze nach der Umfahrung nicht genau auf den Anfangspunkt derselben zurückgeführt wird.

2. Man wähle die Lage des Instruments zu der zu messenden Figur so, dass die Grundlinie annähernd durch die Mitte der Figur geht, und vermeidet es, die Grenzen der zu messenden Figur parallel zur Grundlinie zu legen. Obwohl die Instrumente stets so justirt werden, dass sie gleiche Resultate geben, links und rechts von der Grundlinie, so wird durch Beobachtung dieser Regel doch mancher sich im Laufe der Zeit einschleichende Fehler unschädlich gemacht.

3. Zum Befahren gerader Linien mit dem Fahrstift verwende man kein Lineal, da hiedurch leicht ein constanter Fehler begangen

wird, während beim Nachfahren aus freier Hand die Abweichungen links und rechts sich gegenseitig eher aufheben. Man beobachte die Fahrstiftspitze immer in der Richtung der zu befahrenden Linie, da man so die Abweichungen leichter erkennt.

4. Man bewege das Instrument beim Gebrauch langsam und gleichmässig, nicht ruckweise, namentlich wenn der Berührungskreis nahe dem Rand des Kugelsegments ist, da sonst die Schwungkraft der Messrolle schädlich wirkt.

5. Man halte Kugel- und Cylinderfläche stets frei von Staub und Fettigkeit; — Vor jedem Gebrauch des Instruments entferne man mit einem reinen Pinsel jeden Staub von diesen Flächen, vermeide deren Berührung mit den Fingern und wische dieselben von Zeit zu Zeit (wenn man befürchtet, dass Fettigkeit etc. daran hafte) mit einem weichen reinen Lappen ab, welcher vorher schwach mit Spiritus befeuchtet wurde.

Ferner hüte man sich davor, den Mess-Cylinder an die Kugelfläche anschlagen zu lassen — es könnten hiedurch Beulen in der Kugelfläche entstehen oder die feinen Spitzen der Messrollenaxe beschädigt werden. Man ziehe daher immer die Lederkappe über die Kugel ehe man das Instrument in's Etui legt oder eine Correction oder Fahrarm-Einstellung ect. am Instrument selbst vornimmt.

6. Alle drehbaren Theile des Instruments sollen sich leicht bewegen lassen, so dass es zur Bewegung des Instruments nur einer geringen Kraft bedarf.

---

Die Instrumente werden stets vor Absendung sorgfältigst justirt, trotzdem wird man sich vor jedesmaligem Gebrauche von dem guten Zustande derselben im Allgemeinen überzeugen:

Die Drehaxe des Fahrarmes und die Axe des Rollenrahmens müssen leicht gehen, aber nicht den geringsten Spielraum zwischen ihren Spitzen zulassen. Die Axe der Kugel muss leicht gehen und darf einen ganz geringen Spielraum in der Richtung der Axe haben. Das Kugelsegment muss fest auf der Axe stecken und durch leichten Druck sich nicht vom Zapfen abziehen lassen; sollte dies doch der Fall sein, so drückt man es wieder fest auf die Axe. — Die Messrolle muss spielend leicht gehen und darf einen ganz geringen Spielraum in der Richtung der Axe haben, der Theilkreis derselben darf den Nonius nicht berühren, etwaigen Staub zwischen Theilkreis und Nonius entfernt man, indem man ein Stückchen dünnes Postpapier

zwischen beiden durchzieht. Das Zählrad muss sich ebenfalls leicht bewegen und keine sichtbare Hemmung auf den Gang der Messrolle ausüben. Beim Rollplanimeter soll sich auch die Laufwalze leicht bewegen, aber keinen merklichen Spielraum zwischen ihren Spitzen haben. — Sämmtliche Bewegungen lassen sich durch die stählernen Körnerschrauben mit feinem Gewinde, in welchen die Spitzen der Axen laufen, reguliren. Man hat zu diesem Zwecke zuerst die auf das Gewinde dieser Schrauben wirkenden Messingdruckschrauben, welche dieselben in ihrer Stellung zu fixiren bestimmt sind, zu lockern und nach erfolgter Regulirung der Körnerschrauben dieselben wieder anzuziehen.

Man sei aber im Allgemeinen nicht voreilig mit der Handhabung der Correctionsschrauben und überzeuge sich vorerst von der Nothwendigkeit einer Aenderung derselben.

*Man nehme obige Untersuchungen überhaupt erst dann vor, wenn das Instrument eine Zeit lang in der Zimmertemperatur gestanden hat.* Hat das Instrument (bei Versendung im Winter) eine niedrigere Temperatur angenommen, so werden in Folge ungleicher Ausdehnung von Stahl und Messing die beiden empfindlichsten Axen des Instruments, die Kugelaxe und die Messrollenaxe, sich nicht mit genügender Leichtigkeit bewegen lassen, würde man aber die nöthige Beweglichkeit sofort durch Aenderung an den Körnerschrauben herstellen, so würden diese beiden Axen, nachdem das Instrument die Zimmertemperatur angenommen hat, zu viel Spielraum haben, wodurch die Gleichmässigkeit der Resultate beeinflusst würde.

Nachdem man sich so von dem guten Zustand des Instruments überzeugt hat, versucht man das Instrument in Bewegung zu setzen. Beim freischwebenden Kugelplanimeter wird man vorher das Kugelgesenke des Polarmes auf die Kugel *O* im Centrum des Polgewichts setzen und den Arm, an welchem das Gegengewicht angebracht ist, in gerade Linie mit dem Polarm stellen.

Nun fasst man das Instrument am drehbaren Knopf des Fahrstifts an, bewegt es hin und her und beobachtet hiebei das Functioniren sämmtlicher Theile des Instruments, wodurch man sich mit demselben vertraut macht. Die Bewegung desselben soll keine grosse Kraft erfordern und beim raschen Umkehren der Bewegungsrichtung soll kein Wackeln verspürt werden.

Der Plan, auf welchem nun mit dem Instrument Flächen berechnet werden sollen, muss auf einem ebenen und annähernd horizontal liegenden Reissbrett möglichst straff aufgespannt werden; dies gilt namentlich beim Gebrauch des Rollplanimeters. Für den



Fall, dass die Walzen des Rollplanimeters sich über den Rand des Planes hinausbewegen müssen (während der Umfahung der Figuren) stösst man ein genügend grosses Stück Papier von gleicher Dicke wie das Papier des Planes knapp an den Rand des Planes und lässt, wenn möglich, die Walze diese Kante in etwas schräger Richtung überschreiten.

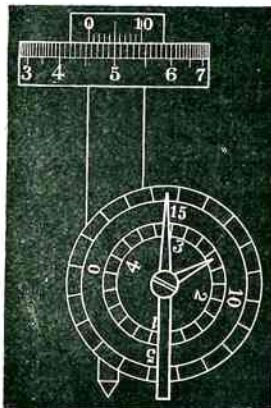
Der Plan, dessen Parzellen berechnet werden sollen, sei nun z. B. im Massstab  $\frac{1}{500}$  gezeichnet. Man stellt nun den Nonius am Fahrarm auf diejenige Einstellung, welche in der im Etui aufgeklebten Tabelle für den Massstab  $\frac{1}{500}$  notirt ist. Besteht der Plan meist aus kleinen Parzellen, so wird man eine Einstellung für kurzen Fahrarm wählen; für meist grosse Parzellen dagegen eine längere. In der Tabelle stehe unter der Rubrik „Einstellung des Nonius am Fahrstab“ die Zahl 436,2 so schiebt man den Fahrstab in seiner Hülse, bis der 6te Strich nach der Ziffer 43 neben dem Nullstrich des Nonius steht, und der zweite Strich des Nonius mit dem 8ten Theilstrich nach Ziffer 43 übereinstimmt; zur bequemerer Einstellung dient die an einer kürzeren Hülse des Fahrstabs angebrachte Mikrometerschraube. Die Druckschraube dieser Hülse zieht man fest, nachdem der Nullstrich des Nonius durch Verschiebung des Fahrarms in die Nähe der gewünschten Einstellung gebracht ist, stellt dann durch Drehen der Mikrometerschraube genau ein, und zieht die Druckschrauben des Fahrarms beide fest. Beim Rollplanimeter ist nur eine Druckschraube an der Fahrarmhülse; um bequem zu derselben gelangen zu können, dreht man den Fahrarm in seine äusserste Stellung nach rechts.

Nun stellt man den Fahrstift annähernd in die Mitte der zu messenden Parzelle, setzt das Polgewicht oder die Laufwalze so, dass der Fahrarm in seine Grundstellung kommt und überzeugt sich durch flüchtiges Umfahren der Parzelle, dass die Umfahung ohne Anstoss vor sich gehen kann; dann wählt man eine Ecke der Figur, auf welcher der Fahrarm annähernd in seiner Grundstellung steht, setzt die Fahrstiftspitze genau über diesen Eckpunkt und merkt sich denselben als Anfangspunkt der Umfahung.

Während der ganzen nachfolgenden Operation soll die Polscheibe *P* unverrückbar auf ihrem Standort verbleiben. Man hat nun noch dafür zu sorgen, dass das Rädchen während der Umfahung sich zwischen den beiden auf der Polscheibe befindlichen, etwa  $\frac{1}{4}$  des Umfangs zwischen sich fassenden Marken bewege, durch welche diejenige Stelle der Verzahnung auf der Polscheibe gekennzeichnet ist, welche die gleichmässigsten Resultate liefert und auf welcher auch das Instrument justirt wurde.



Nun wird die erste Ablesung gemacht; Zählrad und Rolle stehen z. B. wie in nebenstehender Figur 7: Da jeder Intervall an der inneren Theilung 20000 Noniuseinheiten bedeutet, so bedeuten die auf jedem 5ten Strich stehenden Ziffern 100000 Einheiten; der Zeiger der inneren Theilung gibt also die Ablesung:



der Zeiger an der äusseren

Theilung: 240000

der Nullpunkt des Nonius an der Rolle steht auf dem 5ten Strich nach Ziffer 4:

450

von den Strichen des Nonius stimmt der fünfte etwas besser als der vierte, dies gibt die

Lesung: 4,7

Fig. VII.

also erste Ablesung: 255454,7

Die Summirung dieser Ablesung kann ohne weiters im Kopf ausgeführt werden und wird dann notirt.

Nun bewegt man den Fahrstift in der Richtung des Uhrzeigers genau auf der Begrenzung der Figur in gleichmässigem, langsamem Tempo und setzt den Fahrstift auf den Anfangspunkt genau ein. Nun wird die zweite Ablesung vorgenommen: Der Zeiger an der innern Theilung des Zählrades stehe zwischen dem vierten und fünften Strich nach Ziffer 2 =

280000

der Zeiger an der äusseren Theilung stehe zwischen

dem 9ten und 10ten Strich = 9000

und der Nonius an der Rolle zeige 728

somit ist die zweite Ablesung 289728

Hievon wird nun die erste Ablesung subtrahirt 255454,7

gibt  $n = 34273,3$

dies mit  $f_1$  dem in der Tabelle für  $\frac{1}{500}$  angegebenen Flächenwerth eines Noniustheils z. B. 0,2 qm multiplicirt, gibt den gesuchten Inhalt der Figur:  $34273,3 \times 0,2 = 6854,66$  qm. Man kann nun die Figur noch in umgekehrter Richtung umfahren und aus den beiden Resultaten das Mittel nehmen, für diesen Fall hat man die zweite Ablesung von der ersten zu subtrahiren.

Wegen des Spielraums den die Zahnrädchen in dem Schneckenwinde der Messrolle haben müssen, damit sie den Gang derselben nicht hemmen, stimmen die Theilstriche der Zählsscheibe nicht immer mit dem Nullpunkt der Rollentheilung überein; bewegt man indessen

das Zählrad durch leichte Berührung der Zählscheibe mit dem Finger hin und her, so wird die Mitte des Spielraums die richtige Stellung des Zeigers ergeben. Ausserdem aber ist jeder Irrthum ausgeschlossen, wenn man folgende Regel beobachtet: Steht der Nullstrich des Nonius nahe über Null, also auf 0,0 bis 20, so gilt der Strich des Zählrades, neben welchem der Zeiger steht, zeigt dagegen der Nonius unter Null, also 80 bis 99,9, so gilt der vorhergehende Strich als entsprechende Ziffer der Ablesung.

Bei der Anwendung des freischwebenden Planimeters mit „Pol innerhalb der Figur werden Irrungen am ehesten ausgeschlossen, wenn der Fahrstift in der entgegengesetzten Richtung der Uhrzeigerbewegung geführt wird ; die erste Ablesung ist dann (nach Gl. 11, Seite 19) zur Constanten C zu addiren, die zweite zu subtrahiren und der Rest mit dem Werth der Noniuseinheit zu multipliciren.

Es sei z. B. in der Tabelle als „Constante“ bei dem Massstab  $\frac{1}{500}$  angegeben die Zahl:

$$C = 140379$$

hiez u addirt die erste Ablesung:  $+255454,7$

$$\hline 395833,7$$

hievon ab die zweite Ablesung  $-289728$

$$(C-n)f_1 = 106105,7 \times 0,2 \text{ qm} = 21221,14 \text{ qm}$$

der gesuchte Flächeninhalt.

Für kleine Flächen, bei deren Befahrung die Umdrehungszahl der Rolle unter 20 bleibt, kann man die innere Theilung der Zählscheibe unberücksichtigt lassen.

Geht während der Umfahrung der Nullpunkt der inneren Theilung der Zählscheibe am Zeiger vorwärts laufend vorbei, so muss zur zweiten Ablesung 420000 addirt werden, geschieht dies bei rückwärts laufender Zählscheibe, so ist diese Zahl zur ersten Ablesung zu addiren. Das gleiche ist der Fall, wenn die Zählscheibe nur eine Theilung in 20 Theile besitzt, nur dass die zu addirende Zahl dann 20,000 ist.

Sind die Flächen des Planes in Folge Einschrumpfung des Papiers um  $\frac{1}{n}$  derselben kleiner geworden, so stellt man den Fahr-

arm um  $\frac{1}{n}$  seiner Länge kürzer ein, worauf dann der Planimeter die Flächen so angibt, als ob das Papier nicht eingeschrumpft wäre.

Obwohl der Planimeter die Fläche durch einmaliges Umfahren schon mit genügender Genauigkeit angibt, so wird man doch, zur Vermeidung von Irrthümern, zweimal umfahren, einmal vorwärts und einmal rückwärts und das arithmetische Mittel als richtiges Resultat nehmen.

#### IV. Prüfung der Planimeter.

Nachdem man nun den Gebrauch des Instruments kennen gelernt hat, soll noch gezeigt werden, wie dasselbe auf seine Richtigkeit geprüft wird.

Man hat zu diesem Zwecke folgende Untersuchungen anzustellen:

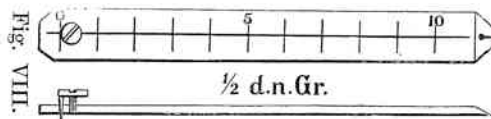
1. Ob die Differenz der Ablesungen bei wiederholtem Umfahren einer und derselben Figur sich gleich bleiben.

2. Ob die Differenz der Ablesungen gleich sind, wenn man eine und dieselbe Figur in verschiedener Entfernung von der Grundlinie umfährt.

3. Ob die in der Tabelle angegebenen „*Einstellungen des Nonius am Fahrarm*“ richtig sind.

4. Ob die constanten Zahlen *C* in der Tabelle richtig angegeben sind.

1.) Die unter 1. angegebene Prüfung ist nicht absolut nothwendig, da das Kugelplanimeter entgegen dem gewöhnlichen Polarplanimeter diesen Fehler nur in geringem Grade besitzt und die geringen Abweichungen, welche zwischen den einzelnen Ablesungen vorkommen, wegen des geringen Flächenwerthes der Noniuseinheit keine grosse Bedeutung haben und mehr von der Unsicherheit der Umfahrung als von Fehlern im Instrument herrühren, wenn dasselbe im Allgemeinen in Ordnung ist, wie es im Eingang des vorigen Abschnitts erklärt wurde. Man wird also diese Prüfung vornehmen, um sich zu überzeugen, dass das Instrument in Ordnung ist und dass man dasselbe richtig handhabt. Man bedient sich zu dieser Untersuchung am besten des Controllineals (Fig. VIII), einer kleinen Schiene von Messingblech, auf welcher Punkte in Abständen von 1 cm (oder auch 1") angegeben sind; der Anfangspunkt ist durchbohrt und eine feine

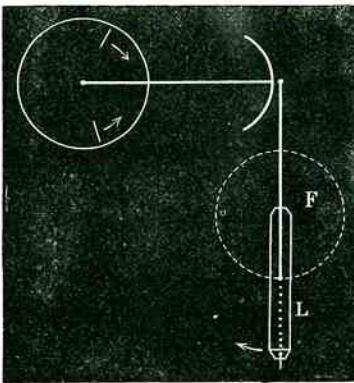


Nadelspitze senkrecht durchgesteckt, welche als Centrum dient und ins Papier gedrückt wird, so dass das Lineal flach auf dem Plan aufliegt; das andere Ende des Lineals ist abgeschrägt und trägt einen Indexstrich zur Einstellung auf den Anfangspunkt der Umfahrung, welcher durch eine feine Bleistiftlinie auf dem Papier markirt wird. Setzt man nun die Fahrstiftspitze in einen der Punkte des Control-



lineals, so lassen sich mit denselben Kreisflächen von genau bekanntem Radius umfahren. Es ist jedoch wohl darauf zu achten, dass während des Umfahrens kein seitlicher Druck auf den Knopf des Fahrstifts ausgeübt wird, sondern nur in der Richtung der Kreislinie, da sonst in Folge der Federung des Fahrstifts und des Fahrarmes Umfahrungsfehler entstehen, welche dann dem Instrument zur Last gelegt werden. Wird z. B. bei Umfahrung eines Kreises vom Radius 6 cm durch seitlichen Druck der Fahrstift so viel gebogen, dass der Radius durch diesen Druck nur um 0,01 mm verändert wird, so folgt daraus eine Abweichung in der Abwicklung der Rolle bei 1 qmm Noniuseinheit von nahezu 4 Einheiten. Bedenkt man, dass es keines grossen Kraftaufwandes bedarf, um den Fahrstift um 0,1 mm seitlich zu biegen oder zu federn, so wird man obigen Rath nicht überflüssig finden.

Am Schlusse dieser Broschüre befindet sich eine Tabelle, in welcher für die gebräuchlichsten Verhältnisse und Werthe der Noniuseinheit die Ablesungen notirt sind, welche bei Umfahrung von Kreisen von 1 cm bis 10 cm Radius erhalten werden sollen. Man darf aber nicht verlangen, dass die einzelnen Ablesungen bis auf eine Noniuseinheit unter einander übereinstimmen, es würde dies eine in jeder Beziehung fehlerlose Umfahrung voraussetzen, welche auch bei Anwendung des Controllineals (wie aus obigem ersichtlich) nicht ohne weiteres angenommen werden kann. Die Anwendung des Controllineals wird aus Figur IX ersichtlich.



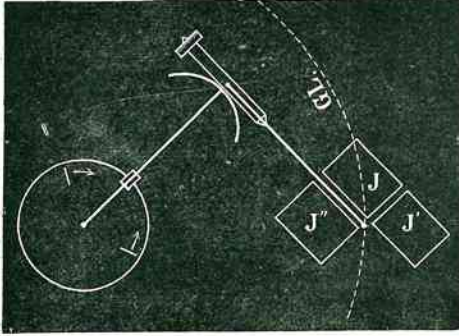
Figur IX.

2.) Zur Ausführung der unter 2. angeführten Untersuchung kann man sich ebenfalls des Controllineals bedienen. Man setzt die Spitze desselben einmal auf die Grundlinie, so dass die zu umfahrende Kreisfläche von der Grundlinie annähernd halbiert wird, dann links oder rechts von der Grundlinie, so dass die Fläche ganz oder grösstentheils rechts oder links von der Grundlinie liegt, umfährt mehrere mal den Kreis und sieht zu, ob die Differenz der Ablesungen in allen drei Lagen gleich ist, wobei man ebenfalls den Schlussatz unter 1. berücksichtigt.

Man übersehe aber nicht, den Anfangspunkt in allen drei Stellungen in die Nähe der Grundlinie zu verlegen.

Sind nun die Ablesungen bei Umfahrung der Fläche *links* von der Grundlinie *grösser* als diejenigen *rechts* von derselben, so muss

das dem Fahrstift zugekehrte Ende der Messrollenaxe nach *links* verschoben werden, damit die letztere parallel zum Fahrarm sei; sind dagegen die Resultate rechts von der Grundlinie grösser, so



Figur X.

muss die Verschiebung nach rechts geschehen. Um diese Correction ausführen zu können, ist die vordere Spitzenschraube des Messrollenrahmens in einer Stahlplatte gelagert, die sich durch zwei darauf wirkende Druckschrauben verschieben lässt; im ersten Falle wird man also die Schraube links lockern und diejenige rechts anziehen, im zweiten Falle

umgekehrt. — Ehe man aber die Correction vornimmt, überzeuge man sich auch noch, durch Befahrung gezeichneter Figuren, wie dies in Figur X und XI dargestellt ist. Die in denselben mit *J* bezeichnete Fläche gibt zugleich die für die Messung günstigste gegenseitige Lage von Instrument und Fläche an.

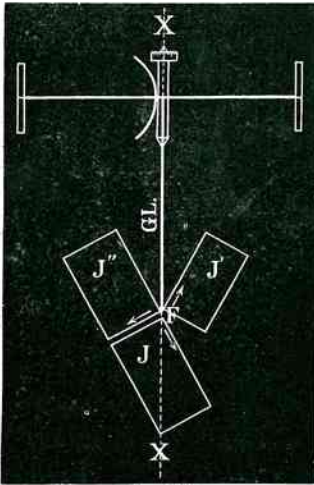


Fig. XI.

3.) Zu der unter 3. angeführten Untersuchung kann man sich ebenfalls des Controllineals bedienen\*). Man umfährt auf die schon angegebene Weise mehrere Kreisflächen von verschiedenem Radius, mit den in der Tabelle angegebenen Einstellungen des Fahrarmes und sieht nach, ob die mit dem angegebenen Werth der Nonius-einheit multiplicirten Ablesungen dem berechneten Flächeninhalt der Kreise gleich seien. Sind die Ablesungen um den *n*ten Theil der Fläche zu klein, so muss der Fahrarm um den *n*ten Theil seiner Länge verkürzt werden und umgekehrt. Die Einstellungszahl des Nonius am Fahrstab gibt

diese Länge für diesen Zweck mit genügender Genauigkeit an.

Um solche Einstellungen, welche in der Tabelle nicht angege-

\*) Man wird schliesslich auch noch gezeichnete Figuren (Quadrate) zur Prüfung verwenden.

ben sind, ohne langes Probiren finden zu können, sind in der Tabelle im Etui und in derjenigen am Schlusse dieser Anleitung die Werthe  $f_0$  der Noniuseinheit auch für den Massstab 1 : 1 in qmm angegeben.

Es sei  $A$  die längste,  $A_1$  die kürzeste der Fahrarmeinstellungen, welche in der Tabelle im Etui angegeben sind,  $f$  und  $f_1$  die zugehörigen Werthe der Noniuseinheit. Es werde gesucht die Einstellung  $A_2$  für einen Flächenwerth  $f_2$ .  $F$  sei die Fahrarmlänge für den Werth  $f-f_2$  so hat man die Proportion:

$$\frac{A - A_1}{F} = \frac{f - f_1}{f - f_2} \quad \text{hieraus} \quad F = \frac{(A - A_1)(f - f_2)}{f - f_1} \quad (13^*)$$

$$\text{und} \quad A_2 = A - F \quad (14)$$

Es sei z. B.  $A = 608,1$   $f = 2$  qmm (1 : 1000 2 qm);  $A_1 = 242,5$   $f_1 = 0,8$  qmm (1 : 500 2 qm); es werde gesucht die Einstellung  $A_2$  für den Massstab 1 : 3000 mit dem Werthe der Noniuseinheit 10 qm

$$f_2 = \frac{10}{9} \text{ qmm}$$

$$\text{nach Gl. 13 ist } F = \frac{(608,1 - 242,5) \cdot (2 - \frac{10}{9})}{2 - 0,8} = \frac{365,6 \cdot \frac{8}{9}}{1,2} = 270,8$$

somit die gesuchte Einstellung nach Gl. 14:  $608,1 - 270,8 = 337,3$ .

Um den Werth  $f_0$  einer Noniuseinheit im Massstab 1 : 1 in qmm (oder auch in □") ausrechnen zu können für ein beliebiges

Massstabverhältniss  $\frac{1}{l}$  hat man nur den für  $\frac{1}{l}$  angegebenen Flächenwerth  $f_1$  durch  $l^2$  zu dividiren:  $f_0 = \frac{f_1}{l^2}$ ; z. B. man wolle den

Flächenwerth für 1 : 1 in Quadratmillimetern finden, wenn das Planimeter im Massstab 1 : 3000 10 qm als Werth der Noniuseinheit angeben soll, so hat man:

$$\frac{10 \text{ qm}}{3000^2} = \frac{10000000 \text{ qmm}}{9000000} = \frac{10}{9} = 1\frac{1}{9} \text{ qmm.}$$

Ehe man die berechneten Einstellungen als endgültig richtig betrachtet, wird man sich noch durch Umfahrung von Probeflächen von deren Richtigkeit überzeugen.

4.) Die Untersuchung ad. 4. ob die Constanten richtig angegeben sind, führt man am besten mit einem gezeichneten Quadrat von genau

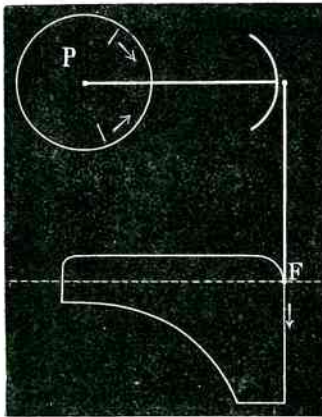
\*) Siehe hierüber die vortreffliche Abhandlung des Hrn. Professor Lorber in der Zeitschrift für Vermessungswesen 1883, Heft 17. (Ein Beitrag zur Justirung des Polarplanimeters.)



bekanntem Flächeninhalt aus. Man umfährt dasselbe in umgekehrter Richtung des Uhrzeigers, die erste Ablesung zieht man von dem durch den Werth der Noniuseinheit dividirten Inhalt des Quadrats ab und addirt dazu die zweite Ablesung, die Summe soll dann gleich der constanten Zahl sein. (Siehe Gl. 12, Seite 19.)

## V. Verwendung des freischwebenden Kugelplanimeters zur Bestimmung der mittleren Höhe der Indikator-Diagramme.

Aus Gleichung 8  $\left(f = \frac{x y R U}{P \cdot K}\right)$  ersieht man, dass der Flächenwerth  $f$  der Rollenumdrehung nicht wie beim einfachen Polarplanimeter von der Länge des Polarmes unabhängig ist, sondern das Verhältniss des Polarmes  $x$  zum Halbmesser  $P$  der Polscheibe  $\left(\frac{P}{x}\right)$  auf die Grösse des Flächenwerthes von Einfluss ist. Man kann also durch Veränderung des Polarmes, für eine vorgeschriebene Fahrarmlänge den Flächenwerth der Rollenumdrehung auf eine gerade Zahl bringen. Bringt man am Polarm eine Correction an, so kann mit grosser Genauigkeit erreicht werden, dass bei 100 mm Fahrarmlänge der Werth der Noniuseinheit 1 qmm ist. Der Nonius am Fahrarm wird dann so getheilt, dass er genau die Fahrarmlänge angibt. Man braucht dann nur die Basis des Diagramms mit einem Massstab zu



Figur XII.

messen und den Fahrarm auf die gleiche Länge einzustellen. Die Differenz der Ablesungen an der Messrolle  $L^2 - L^1$  gibt dann die mittlere Höhe des Diagramms an, wobei ein Noniustheil  $1/100$  mm bedeutet.

Aus Figur 12 lässt sich die Anwendung des freischwebenden Planimeters als Indikatorplanimeter erkennen.

Sind die Ablesungen zu gross, so muss der Polarm verlängert, sind dieselben zu klein, verkürzt werden.

Es sei die erste Ablesung vor der Umfahrung 14439. Nach der Umfahrung des Diagramms in der Richtung des Uhrzeigers sei die zweite Ablesung . . . . . 19719  
hievon die erste abgezogen . . . . . 14439  
gibt 5280  
getheilt durch 100 gibt 52,8 mm die gesuchte mittlere Höhe des Diagramms.

Um hieraus den mittleren Dampfdruck zu berechnen, muss man die Scale des Indikators kennen; ist eine Verschiebung des Zeichenstifts um 20 mm, gleich einem Druck von einer Atmosphäre, so hätte man in obigem Beispiel einen mittleren Dampfdruck von  $\frac{52,80}{20} = 2,64$  Atmosphären.

Ist das Indicatorplanimeter für *englisches* Mass eingerichtet, so muss, um die mittlere Höhe in engl. Zoll zu erhalten, das Ablesungsresultat durch 4000 dividirt und mit der Scale des Indikators multiplicirt werden.

Für obiges Resultat 5280 erhält man:  $\frac{5280}{4000} = 1,32''$  mittlere Höhe. Entspricht nun  $\frac{1}{24}''$  der Indikatorscale einem Dampfdruck von 1  $\bar{\text{u}}$  per  $\square''$ , so berechnet sich derselbe zu  $1,32 \times 24 = 31,68 \bar{\text{u}}$  pr.  $\square''$ .

Statt nun durch 4000 zu theilen und mit 24 zu multipliciren, nimmt man gleich den entsprechenden Faktor 0,006 und multiplicirt damit obiges Resultat  $5280 \times 0,006 = 31,68$  Pfund. Für die gebräuchlichsten Indikatorskalen seien hier die entsprechenden Multiplikationsfaktoren angegeben:

| Skala des Indikators | $\frac{1}{8}''$ | $\frac{1}{12}''$ | $\frac{1}{16}''$ | $\frac{1}{20}''$ | $\frac{1}{24}''$ | $\frac{1}{32}''$ | $\frac{1}{40}''$ | $\frac{1}{48}''$ | $\frac{1}{56}''$ | $\frac{1}{64}''$ |
|----------------------|-----------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
| Faktoren             | 0,002           | 0,003            | 0,004            | 0,005            | 0,006            | 0,008            | 0,01             | 0,012            | 0,014            | 0,016            |

Was die Conservirung der Instrumente anbetrifft, so sind alle Theile derselben wohl zu schützen vor Verbiegung durch Fall oder Stoss. Besondere Sorgfalt ist darauf zu verwenden, dass die Kugelfläche nicht beschädigt werde und stets rein sei von Staub und Fettigkeit, man wird desshalb dieselbe von Zeit zu Zeit mit einem weichen, mit Spiritus schwach aufgefeuchteten Lappen abwischen. Das Gleiche gilt von der Cylinderfläche der Messrolle. Ferner gebe man wohl acht, dass der Rahmen der Messrolle nicht gegen die Kugelfläche

schlage und dadurch Beschädigungen derselben oder der feinen Axenspitzen der Messrolle entstehen; man wird desshalb immer die Lederkappe über die Kugel ziehen, wenn das Instrument nicht benützt wird. An alle Stellen, wo die Axen in Körnern laufen, kann man von Zeit zu Zeit ein ganz kleines Tröpfchen feinsten Uhrenöls bringen, wozu man sich eines zugespitzten Hölzchens bedienen kann. Geht die Axe der Kugel schwer, trotzdem selbe etwas Spielraum hat, so wird man in das Halslager derselben erst ein Tröpfchen Petroleum träufeln und dieselbe mehrmals in Umdrehung versetzen; nachdem man dann das aufgelöste verharzte Oel wieder weggewischt, gibt man ein wenig feines Oel in das Lager und wischt alles oben aufliegende Oel weg, da dieses sonst die Verharzung befördert.

Das Rollplanimeter soll nicht auf dem Plan seitlich verschoben werden, ohne die Laufwalze in die Höhe zu heben, es würde sich sonst mit der Zeit die rauhe Oberfläche derselben glätten und die Sicherheit der Geradföhrung darunter leiden.

## VI. Genauigkeitsvergleichung verschiedener Planimeterkonstruktionen.

Nachfolgende Zusammenstellung der Fehlergrenzen verschiedener Planimeter stützt sich auf die ausgedehnten und rationellen Untersuchungen des Herrn Professor Lorber an der k. k. Bergakademie in Leoben. Aus derselben geht zur Genüge die grosse Ueberlegenheit der Kugelplanimeter hervor.

| Grösse der umfahrenen Fläche<br>qcm | Der mittlere Fehler einer Umfahrung mit dem Controllineal beträgt in Bruchtheilen der Fläche beim |                                                            |                                                            |                         |                           |
|-------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------|-------------------------|---------------------------|
|                                     | einfachen Polarplanimeter<br>Noniuseinheit:<br>10 qmm                                             | Welti-Stärke's Linearplanimeter<br>Noniuseinheit:<br>1 qmm | freischwebenden Kugelplanimeter<br>Noniuseinheit:<br>1 qmm | Kugelrollplanimeter     |                           |
|                                     |                                                                                                   |                                                            |                                                            | Noniuseinheit:<br>1 qmm | Noniuseinheit:<br>0,2 qmm |
| 10                                  | $\frac{1}{75}$                                                                                    | $\frac{1}{588}$                                            | $\frac{1}{625}$                                            | $\frac{1}{555}$         | $\frac{1}{2000}$          |
| 20                                  | $\frac{1}{148}$                                                                                   | $\frac{1}{1000}$                                           | $\frac{1}{1111}$                                           | $\frac{1}{1000}$        | $\frac{1}{3333}$          |
| 50                                  | $\frac{1}{355}$                                                                                   | $\frac{1}{1852}$                                           | $\frac{1}{2083}$                                           | $\frac{1}{1083}$        | $\frac{1}{6250}$          |
| 100                                 | $\frac{1}{682}$                                                                                   | $\frac{1}{2857}$                                           | $\frac{1}{3333}$                                           | $\frac{1}{3448}$        |                           |
| 200                                 | $\frac{1}{1274}$                                                                                  | $\frac{1}{4255}$                                           | $\frac{1}{5128}$                                           | $\frac{1}{5555}$        |                           |
| Preise der Instrumente              | 50-80 Fr.                                                                                         | 400 Fr.                                                    | 125-170 Fr.                                                | 150-200 Fr.             |                           |



Obige Genauigkeitsangaben sind für die Umfahrung mit freier Hand noch um einen Betrag zu vermindern, dessen Grösse sich nach der Uebung und Sicherheit des Umfahrenden richtet.

Für die Verhältnisse, welche in folgender Tabelle nicht angegeben sind, lässt sich der Werth der Noniuseinheit leicht berechnen. Ist die Verhältnisszahl  $g$  mal grösser oder kleiner als eine der auf Seite 34 und 35 angegebenen, so ist für die gleichen Werthe  $f_0$  der Werth  $f = g^2$  mal grösser oder kleiner. So ist z. B. bei  $f_0 = 0,64$  qmm der Werth  $f_1$  für  $1 : 1250 = 1$  qm angegeben, derselbe

|           |   |     |       |   |      |   |          |
|-----------|---|-----|-------|---|------|---|----------|
| ist somit | „ | 1 : | 625   | = | 0,25 | „ |          |
|           | „ | 1 : | 2500  | = | 4    | „ |          |
|           | „ | 1 : | 5000  | = | 16   | „ |          |
|           | „ | 1 : | 10000 | = | 64   | „ | u. s. w. |



# VII. Tabelle für die

| Werthe der<br>Noniuseinheit<br>für 1:1 qmm<br>$f^0$ | Massstab-<br>Verhältnisse<br>$\frac{1}{l}$         | Werthe der<br>Noniuseinheit<br>$f^1$<br>qm | Ablesungen ( $n$ ) für einmalige Um-<br>fahung von Kreisflächen vom Radius<br>1 cm bis 3 cm |         |         |
|-----------------------------------------------------|----------------------------------------------------|--------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------|---------|---------|
|                                                     |                                                    |                                            | 1 cm                                                                                        | 2 cm    | 3 cm    |
| 1                                                   | 1 : 1000                                           | 1                                          | 314,1                                                                                       | 1256,6  | 2827,4  |
| 0,8                                                 | 1 : 500                                            | 0,2                                        | 392                                                                                         | 1570    | 3533    |
| 0,64                                                | 1 : 1250                                           | 1                                          | 490                                                                                         | 1963    | 4418    |
| $1\frac{1}{9}$                                      | 1 : 3000                                           | 10                                         | 282                                                                                         | 1130    | 2544    |
| $\frac{8}{9}$                                       | 1 : 750                                            | 0,5                                        | 353                                                                                         | 1413    | 3180    |
| $\frac{4}{9}$                                       | 1 : 1500                                           | 1                                          | 706                                                                                         | 2827    | 6361    |
| 0,5                                                 | 1 : 2000                                           | 2                                          | 628                                                                                         | 2513    | 5655    |
| 0,4                                                 | 1 : 500                                            | 0,1                                        | 785                                                                                         | 3141,6  | 7068    |
| 0,32                                                | 1 : 1250                                           | 5                                          | 981                                                                                         | 3927    | 8835    |
| 1,6                                                 | 1 : 500                                            | 0,4                                        | 196,3                                                                                       | 785,4   | 1767,1  |
| 2                                                   | 1 : 5000                                           | 50                                         | 157                                                                                         | 628,3   | 1413,7  |
| $\frac{64}{125}$                                    | 1 : 6250                                           | 20                                         | 613                                                                                         | 2454    | 5522    |
| $\frac{625}{1296}$                                  | 1 : 2880                                           | 4                                          | 651                                                                                         | 2606    | 5862    |
| $\frac{5000}{8281}$                                 | 1 : 2730                                           | 4,5                                        | 520                                                                                         | 2081    | 4682    |
|                                                     | 1 : 1820                                           | 2                                          |                                                                                             |         |         |
| $\frac{25}{36}$                                     | 1 : 1200                                           | 1                                          | 452                                                                                         | 1809    | 4071    |
| 0,9<br>□"                                           | 1 : 3333 $\frac{1}{3}$<br>österreichisch<br>Maass  | 10<br>□°                                   | 349                                                                                         | 1396    | 3141,6  |
| 0,00125                                             | 1" = 40°<br>(1 : 2880)                             | 2                                          | 362,2                                                                                       | 1448,7  | 3259,8  |
| 0,001                                               | 1" = 20°<br>(1 : 1440)                             | 0,4                                        | 452,7                                                                                       | 1811    | 4074,6  |
| □"                                                  | engl. Maass.                                       | □'                                         | 1"                                                                                          | 2"      | 3"      |
| 0,001                                               | 1" = 100'<br>(1 : 1200)                            | 10                                         | 3141,6                                                                                      | 12566,4 | 28274   |
| 0,00125                                             | 1" = 40'<br>(1 : 480)                              | 2                                          | 2513                                                                                        | 10053,2 | 22619,7 |
| $\frac{1}{900}$                                     | 1" = 30'<br>(1 : 360)                              | 1                                          | 2827,4                                                                                      | 11309,4 | 25446,6 |
| 0,0024                                              | russisch Maass<br>1" = 100<br>Sagène<br>(1 : 8400) | Dessiatin<br>0,01                          | 1309                                                                                        | 5236    | 11780,9 |
| 0,00144                                             | 1 : 8400                                           | 0,006                                      | 2181,6                                                                                      | 8726,6  | 19634,9 |
| 0,0012                                              | 1 : 8400                                           | 0,005                                      | 2618                                                                                        | 10471,8 | 23561,8 |

# Benützung des Controllineals.

Ablesungen (*n*) für einmalige Umfahrung von Kreisflächen  
vom Radius 4 cm bis 10 cm

| 4 cm    | 5 cm    | 6 cm    | 7 cm    | 8 cm    | 9 cm    | 10 cm   |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 5026,5  | 7854    | 11309,6 | 15393,5 | 20106,2 | 25447   | 31415,9 |
| 6283    | 9817    | 14137   | 19241   | 25133   | 31809   | 39270   |
| 7854    | 12271   | 17671   | 24051   | 31416   | 39761   | 49085   |
| 4523    | 7068    | 10178   | 13853   | 18094   | 22901   | 28273   |
| 5654,8  | 8835,5  | 12723   | 17317   | 22618   | 28627   | 35342   |
| 11309   | 17671   | 25447   | 34634   | 45236   | 57254   | 70684   |
| 10053   | 15708   | 22619   | 30786   | 40212   | 50889   | 62832   |
| 12566   | 19634   | 28274   | 38482   | 50266   | 63618   | 78540   |
| 15708   | 24543   | 35342   | 48102   | 62832   | 79519   | 98175   |
| 3141,6  | 4908,5  | 7068,4  | 9620,5  | 12566,4 | 15903,9 | 19635   |
| 2513,3  | 3927    | 5654,8  | 7696,5  | 10053,1 | 12723,5 | 15708   |
| 9817    | 15336   | 22088   | 30063   | 39270   | 49698   | 61356   |
| 10424   | 16286   | 23450   | 31918   | 41696   | 52763   | 65144   |
| 8324    | 13008   | 18728   | 25495   | 33296   | 42138   | 52031   |
| 7238    | 11309   | 16286   | 22166   | 28952   | 36643   | 45239   |
| 5585    | 8726,6  | 12566,2 | 17104   | 22340   | 28274   | 34906,5 |
| 5795,1  | 9054,7  | 13039,1 | 17747,6 | 23180,6 | 29337,8 | 36219,9 |
| 7243,9  | 11318,7 | 16298,9 | 22184,7 | 28975,8 | 36671,4 | 45274,9 |
| 4"      |         |         |         |         |         |         |
| 50266   |         |         |         |         |         |         |
| 40212,8 |         |         |         |         |         |         |
| 45239,4 |         |         |         |         |         |         |
| 20943,6 |         |         |         |         |         |         |
| 34906   |         |         |         |         |         |         |
| 41887,2 |         |         |         |         |         |         |





## Berichtigungen.

---

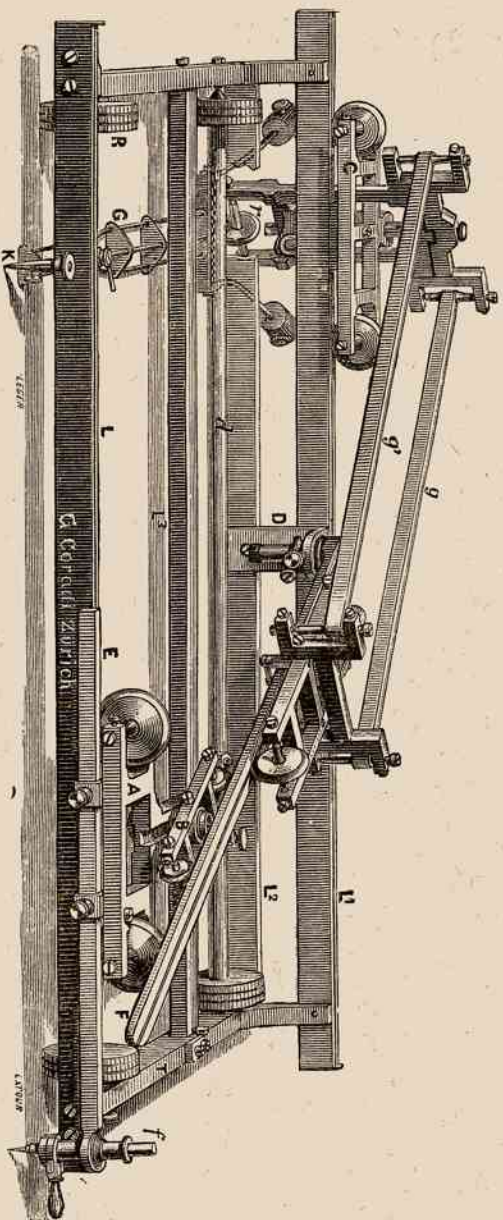
- Seite 6, Zeile 2 von unten lies einen statt einem.  
" 8, " 17 " oben "  $f$  statt  $F$ .  
" 9, " 4 " oben " 1,28  $\square$  mm statt 1,28 mm.  
" 9, " 1, 2, 4 v. unten "  $A$  statt  $a$ .  
" 11, " 8 von oben " mitgetheilt statt eingetheilt.  
" 32, " 4 von unten (Tabelle) lies  $\frac{1}{2083}$  statt  $\frac{1}{1083}$ .
-

# Integraphen.

Integraphen (System Abdank-Abakanowitz) construirt von G. Coradi, Zürich.

Preis des grossen Modells Fr. 650. —

Preis des kleinen Modells Fr. 350. —



Beführt man mit dem Fahnstift die Differentialcurve, so zeichnet die Reissfeder *K* die Integralkurve.